minærva

PL 5

SKRIPT

Quantenphysik

Erklärskript

Die Aufgaben 100–126 zu diesem Skript stehen im Aufgabenskript, die Lösungen im Lösungsskript. Verweise auf Aufgaben sind Links.

Physik-LK – Abitur 2027

Pirmin Gohn

Nutzungshinweis: Dieses Skript darf nur im Rahmen des Unterrichts und der Abiturvorbereitung verwendet werden; insbesondere ist die eigenständige Weitergabe untersagt.

Skriptreihe PL · Physik-Leistungsfach zum Abitur 2027

PL1 Schwingungen | PL2 Wellen | PL3 Elektrizitätslehre | PL4 Wellenoptik | **PL5 Quantenphysik** | PL-Σ Abiturvorbereitung | PL-K Kompakt

Lernen mit minærva

Dieses Skript ist ein Teil von minærva. Alles gehört zusammen: Jedes Thema führt von der Erklärung zum Üben, zum Ausprobieren und ins große Bild.

minaerva.de

Skripte Verstehen
Der Stoff zum Nachlesen: Erklärungen, Herleitungen, Beispiele und typische Fehler.
minaerva.de

noctua Üben
Fragen und Aufgaben zu jedem Abschnitt, Formeltraining und Aufgaben im Stil des Abiturs, mit sofortiger Rückmeldung.
noctua.minaerva.de

fabrica Ausprobieren
Versuche und Anschauungen zum Selbermessen und Anfassen, ohne Konto, auch auf dem iPad.
fabrica.minaerva.de

tela Vernetzen
Das Wissensnetz: worauf ein Thema aufbaut und wohin es führt.
tela.minaerva.de

So greifen die Skripte ineinander

Erklärskripte	Physik PL1–PL5, das Lernskript PL-Σ und Mathe ML1–ML3 enthalten den Stoff, aber keine Aufgaben.
Aufgabenskripte	Je Fach eines mit den Übungsaufgaben. Die Erklärskripte verweisen darauf; jede Aufgaben-, Abbildungs- und Tabellennummer gibt es je Fach nur einmal.
Abi-ähnlich	Je Fach eine Sammlung mit Aufgaben, wie sie im Abitur vorkommen könnten.
Lösungsskripte	Zu den Aufgabenskripten und zu den Abi-ähnlichen Aufgaben, jeweils je Fach.
Kompakt	Formeln und Abbildungen zum schnellen Wiederholen: PL-K für Physik, ML-K für Mathe, dazu die Formelsammlung.

Am Ende vieler Abschnitte stehen Links zur passenden Übung, zum Versuch und ins Wissensnetz. In der PDF-Datei lassen sie sich direkt antippen.

Inhaltsverzeichnis

Symbolverzeichnis 4
Was ist abiturrelevant? 5
1 Der Photoeffekt: Licht gibt Energie in Portionen ab 8
1.1 Der Hallwachs-Versuch Abi 8
1.2 Was das Wellenmodell erwarten lässt Abi 8
1.3 Einsteins Lichtquantenhypothese Abi 9
1.4 Messung der Elektronenenergie: die Gegenfeldmethode Abi 10
1.5 Bestimmung von h: die Einstein-Gerade Abi 11
1.6 Rechnen in Elektronenvolt Abi 12
1.7 Photonenstrom, Leistung und Quantenausbeute Abi 13
1.8 Wie es dazu kam: Planck, Einstein, Millikan Zusatz · nicht Abi 13
1.9 Anwendungen des Photoeffekts Zusatz · nicht Abi 14
2 Photonen: Energie und Impuls 15
2.1 Das Photon als Quantenobjekt Abi 15
2.2 Röntgenstrahlung: der umgekehrte Photoeffekt Zusatz · nicht Abi 15
2.3 Der Compton-Effekt Zusatz · nicht Abi 16
3 Materiewellen 17
3.1 Die de-Broglie-Hypothese Abi 17
3.2 Die Elektronenbeugungsröhre Abi teilweise 17
3.3 Elektronen am Doppelspalt Abi 18
3.4 Auch große Objekte interferieren Abi 19
4 Quantenobjekte am Doppelspalt 20
4.1 Teilchen, Welle, Quantenobjekt: drei Doppelspaltversuche Abi 20
4.2 Einzelne Quantenobjekte: Das Muster entsteht Treffer für Treffer Abi 20
4.3 Sind es wirklich einzelne Photonen? Die Koinzidenzmethode IQB-Pool 21
4.4 Wahrscheinlichkeit statt Determinismus Abi 22
4.5 Wesenszüge der Quantenphysik Abi 23
5 Welcher-Weg-Information 24
5.1 Welcher Spalt? – Weginformation zerstört die Interferenz Abi 24
5.2 Das Mach-Zehnder-Interferometer Abi teilweise 24
5.3 Polarisationsfilter im Interferometer: der Quantenradierer Abi teilweise 25
5.4 Komplementarität Abi 26
5.5 Verschränkung und das quantenphysikalische Weltbild IQB-Pool 26
6 Die Heisenbergsche Unbestimmtheitsrelation 28
6.1 Ortsmessung am Einzelspalt Abi 28
6.2 Was die Unbestimmtheitsrelation bedeutet – und was nicht Abi 28
6.3 Abschied von der Bahn und vom Determinismus Abi 29
7 Quantenphysik der Atome 31
7.1 Linienspektren IQB-Pool 31
7.2 Energieniveaus: Emission und Absorption IQB-Pool 31
7.3 Fraunhofer-Linien: Absorption im Sonnenlicht IQB-Pool 33
7.4 Ein quantenmechanisches Atommodell IQB-Pool 33
7.5 Ein Elektron im Potentialtopf IQB-Pool 34
7.6 Der Franck-Hertz-Versuch Zusatz · nicht Abi 35
7.7 Der Tunneleffekt Zusatz · nicht Abi 35
7.8 Der Laser IQB-Pool 36
8 Das Wichtigste auf einen Blick 38

Symbolverzeichnis

Symbol	Bedeutung	Einheit	Typischer Bereich / Hinweis
h	Plancksches Wirkungsquantum	J s	gerundet: $6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J s $= 4{,}14 \cdot 10^{-15}$ eV s
e	Elementarladung	C	$1{,}60 \cdot 10^{-19}$ C
c	Lichtgeschwindigkeit im Vakuum	$\frac{\text{m}}{\text{s}}$	$3{,}00 \cdot 10^{8}\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$
m_e	Masse des Elektrons	kg	$9{,}11 \cdot 10^{-31}$ kg
eV	Elektronenvolt (Energieeinheit)	–	$1\ \text{eV} = 1{,}60 \cdot 10^{-19}$ J
f, λ	Frequenz und Wellenlänge des Lichts	Hz, m	sichtbar: etwa 400–800 nm
E_{Ph}	Energie eines Photons, $E_{\text{Ph}} = hf$	J oder eV	sichtbares Licht: 1,6–3,1 eV
E_A	Austrittsenergie (Ablöse-, Austrittsarbeit; in der Formelsammlung **Auslösearbeit** W_A)	J oder eV	Alkalimetalle ca. 2 eV, Zink ca. 4,3 eV
$E_{\text{kin,max}}$	maximale kinetische Energie der ausgelösten Elektronen (im Abitur oft $W_{\text{kin,max}}$)	J oder eV	–
f_G, λ_G	Grenzfrequenz, Grenzwellenlänge des Photoeffekts	Hz, m	$f_G = \frac{E_A}{h}$
U_0	Gegenspannung, bei der der Fotostrom gerade verschwindet („Fotospannung“)	V	$eU_0 = E_{\text{kin,max}}$
I	Fotostrom	A	nA bis µA
P	Strahlungsleistung	W	Laserpointer ca. 1 mW
$\frac{N}{t}$	Anzahl der Photonen (bzw. Elektronen) pro Sekunde	$\frac{1}{\text{s}}$	–
p, p_x	Impuls, Impulskomponente in x-Richtung	$\frac{\text{kg m}}{\text{s}}$	Photon: $p = \frac{h}{\lambda}$
λ_B	de-Broglie-Wellenlänge, $\lambda_B = \frac{h}{p}$	m	Elektronen nach einigen kV: einige pm
U_B	Beschleunigungsspannung	V	–
d	Spaltabstand (Doppelspalt) **oder** Netzebenenabstand (Kristall) – aus dem Abschnitt ersichtlich	m	Formelsammlung: Spaltmittenabstand g, Netzebenenabstand d
b	Spaltbreite	m	Formelsammlung: d
L	Abstand Spalt (bzw. Folie) – Schirm	m	–
r	Ringradius auf dem Schirm der Elektronenbeugungsröhre	m	–
x_k, Δx	Abstand des k-ten Maximums von der Mitte; **im Kapitel 6:** Orts-Unbestimmtheit	m	–
Δp_x	Impuls-Unbestimmtheit in x-Richtung	$\frac{\text{kg m}}{\text{s}}$	$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq h$ (Formelsammlung: $\geq \frac{h}{4\pi}$)
ψ	Wellenfunktion, $\lvert\psi\rvert^2$ ist ein Maß für die Antreffwahrscheinlichkeit	–	–
P (Kap. 4, 5)	Wahrscheinlichkeit	–	zwischen 0 und 1
E_n, n	Energieniveau, Quantenzahl (Kapitel Atome)	eV, –	Wasserstoff: $E_n = -\frac{13{,}6\ \text{eV}}{n^2}$

Was ist abiturrelevant?

Dieses Skript geht an vielen Stellen über den Prüfungsstoff hinaus. Maßgeblich für das Abitur 2027 in Baden-Württemberg ist der **Bildungsplan 2016, Leistungsfach**, Abschnitt 3.6.6 (Quantenphysik). Er baut auf der Wellenoptik (3.6.5) auf, vor allem auf Doppelspalt, Einzelspalt und Gitter. Jede Abschnittsüberschrift trägt eine Marke – auch im Inhaltsverzeichnis, das so zugleich als Stoffübersicht dient:

Abi	**Prüfungsstoff.** Verstehen, erklären und rechnen können.
Abi teilweise	**Teilweise Prüfungsstoff.** Was genau dazugehört, steht in einem Hinweis direkt unter der Überschrift.
IQB-Pool	**Nicht im Bildungsplan, aber in den bundesweiten Bildungsstandards.** Kann über eine Aufgabe aus dem gemeinsamen Aufgabenpool der Länder im Abitur vorkommen – 2026 ist das geschehen. Qualitativ erklären können; Rechnungen nur mit den Formeln der Formelsammlung.
Zusatz · nicht Abi	**Geht über Bildungsplan und Bildungsstandards hinaus.** Hilft beim Verstehen, wird im Abitur aber nicht vorausgesetzt.

Die graue Marke steht außerdem an Aufgaben im Aufgabenskript, die über den Prüfungsstoff hinausgehen. **Aufgaben ohne Marke gehören zum Prüfungsstoff.**

Die Skriptreihe zum Abitur 2027

Fünf Skripte decken zusammen den gesamten schriftlich prüfbaren Stoff des Leistungsfachs ab. Dieses Skript ist farbig hinterlegt. Für die letzten Wochen vor der Prüfung fasst das Lernskript PL-Σ **Abiturvorbereitung** alles in Kurzform zusammen (rechte Spalte: Kapitel dort); seine Formelübersicht gibt es auch als eigene Formelsammlung. Ganz zum Schluss: das Kompaktskript PL-K mit allen Formeln, Abbildungen und Merkpunkten der fünf Skripte auf wenigen Seiten, ohne Erklärungen.

Nr.	Skript	Bildungsplan 3.6 …	zusätzlich IQB-Pool	im Lernskript PL-Σ
PL1	Schwingungen	3.6.3 (1)–(5), (9); Gravitationsfeld als Grundlage für den Feldvergleich in 3.6.2	Resonanz bei erzwungenen Schwingungen	3; 5.5
PL2	Wellen	3.6.4 (1)–(7)	–	4
PL3	Elektrizitätslehre	3.6.2 (elektrisches und magnetisches Feld, Elektrodynamik), 3.6.3 (6)–(8) (Schwingkreis), 3.6.4 (8), (9) (Hertzscher Dipol, Spektrum)	Coulomb'sches Gesetz, Feld einer Punktladung	5–9
PL4	Wellenoptik	3.6.5; das Licht betreffende Teile von 3.6.4 (Huygens, Brechung, Polarisation)	Interferometer, Gesetz von Malus	10
PL5	Quantenphysik	3.6.6	Koinzidenzmethode, Weltbild, Spektren und Energieniveaus, Atommodell, Potentialtopf, Laser	11

Die Denk- und Arbeitsweisen (3.6.1) ziehen sich durch alle Skripte: Modelle von Licht und Materie in 4 und 5, Naturkonstanten wie G, ε_0, μ_0, e und h in 1, 3 und 5. Das vertiefende Themengebiet (3.6.7) wird 2027 nicht schriftlich geprüft.

Warum es zwei Grundlagen gibt

Seit 2026 stellt Baden-Württemberg einen Teil der Abituraufgaben nicht mehr selbst, sondern übernimmt sie aus dem **gemeinsamen Aufgabenpool der Länder**, den das IQB verwaltet. Diese Aufgaben beruhen auf den **Bildungsstandards der KMK** (2020). Sie stimmen mit dem Bildungsplan weitgehend überein, verlangen in der Quantenphysik auf erhöhtem Niveau aber etwas mehr. Im Abitur 2026 kamen zwei Poolaufgaben zur Quantenphysik vor; beide nennen ausdrücklich „Emission und Absorption, Zusammenhang zwischen diskretem Spektrum und Energieniveauschema“, eine davon verlangte, Linienspektren mit einem Energieniveauschema zu erklären. Was die Bildungsstandards zusätzlich zum Bildungsplan enthalten, steht in der zweiten Tabelle unten und ist im Skript mit **IQB-Pool** markiert.

Der Bildungsplan fasst das Ziel des Themengebiets so zusammen: Klassische Modellvorstellungen – das klassische Teilchen wie die klassische Welle – versagen bei der vollständigen Beschreibung von Quantenobjekten wie Photonen und Elektronen. Quantenphysikalische Experimente stellen vertraute Begriffe wie **Determinismus**, **Kausalität** und **Bahn** in Frage; an ihre Stelle treten **Wahrscheinlichkeitsaussagen** und die **Unbestimmtheitsrelation**. Die verbindlichen Kompetenzen und wo sie in diesem Skript stehen:

Bildungsplan	Die Schülerinnen und Schüler können …	Abschnitt
3.6.6 (1)	den lichtelektrischen Effekt beschreiben und mit Einsteins Lichtquantenhypothese erklären (Hallwachs-Effekt, Einsteinsche Gleichung, Plancksche Konstante h)	Kap. 1
3.6.6 (2)	Quantenobjekte über Energie und Impuls beschreiben ($E = hf$, $p = \frac{h}{\lambda}$, de-Broglie-Wellenlänge von Materiewellen)	Kap. 2, 3
3.6.6 (3)	Gemeinsamkeiten und Unterschiede von klassischen Wellen, klassischen Teilchen und Quantenobjekten am Doppelspalt beschreiben	4.1
3.6.6 (4)	erläutern, wie der Determinismus durch Wahrscheinlichkeitsaussagen ersetzt wird (Interferenz-Experimente mit einzelnen Quantenobjekten)	4.2, 4.4
3.6.6 (5)	Experimente zur Interferenz einzelner Quantenobjekte mit Wahrscheinlichkeitsaussagen beschreiben und ihren Ausgang erklären	4.2–4.5, 5.2
3.6.6 (6)	beschreiben, dass Wellen- und Teilcheneigenschaften nicht unabhängig voneinander beobachtbar sind; Interferenzfähigkeit und Welcher-Weg-Information (zum Beispiel Doppelspalt, Mach-Zehnder-Interferometer)	Kap. 5
3.6.6 (7)	erläutern, dass Ort und Impuls nicht gleichzeitig beliebig genau messbar sind; begründen, warum klassischer Bahnbegriff und Determinismus aufgegeben werden müssen ($\Delta x \cdot \Delta p_x \geq h$)	Kap. 6

Zusätzliche Inhalte der KMK-Bildungsstandards (Inhaltsbereich „Quantenphysik und Materie“, erhöhtes Niveau), die im Bildungsplan nicht stehen:

Bildungsstandards	Abschnitt
Koinzidenzmethode zum Nachweis einzelner Photonen	4.3
quantenphysikalisches Weltbild hinsichtlich der Begriffe Realität, Lokalität, Kausalität, Determinismus	5.5
Emission und Absorption, Zusammenhang zwischen diskretem Spektrum und Energieniveauschema	7.1–7.3
qualitative Betrachtung eines quantenmechanischen Atommodells	7.4
Modell des eindimensionalen Potenzialtopfs und seine Grenzen	7.5

Was im Abitur gegeben ist – und was nicht

Im Abitur 2027 sind im Leistungsfach Physik neben einem Rechtschreibwörterbuch zwei Hilfsmittel erlaubt: die **mathematisch-naturwissenschaftliche Formelsammlung des IQB** und der im Kurs eingeführte wissenschaftliche Taschenrechner (Facherlass 2027, Abschnitt 26.1.3). Die Formelsammlung gibt es als PDF auf der Seite des Kultusministeriums („Termine und Informationen zum Abitur“); gedruckt sind nur die vom IQB gelisteten Ausgaben zugelassen.

Zur Quantenphysik stehen in der Formelsammlung (Abschnitt 3.4): $E = hf$, die Energiebilanz beim Fotoeffekt $E_{\text{kin,max}} = hf - W_A$, der Photonenimpuls $p = \frac{E}{c}$, die de-Broglie-Wellenlänge $\lambda = \frac{h}{p}$ und die Unbestimmtheitsrelation in der Form $\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{h}{4\pi}$. Zur Atomhülle stehen dort die Frequenzbedingung $hf = E_m - E_n$, die Energieniveaus

des Wasserstoffatoms und die Energieniveaus im Potentialtopf. Aus der Wellenoptik sind Doppelspalt, Gitter, Einzelspalt und die Bragg-Beziehung enthalten, im Anhang die Konstanten mit allen Stellen und die Wellenlängen der Quecksilber- und Wasserstofflinien. Die Formelsammlung benutzt teils **andere Buchstaben** als dieses Skript: W_A (Auslösearbeit) statt E_A, g statt d für den Spaltmittenabstand und d statt b für die Breite des Einzelspalts.

Nicht in der Formelsammlung stehen unter anderem die Grenzfrequenz $f_G = \frac{E_A}{h}$, die Gegenfeldmethode $eU_0 = E_{\text{kin,max}}$, die Photonenrate $\frac{N}{t} = \frac{P}{hf}$, die de-Broglie-Wellenlänge beschleunigter Elektronen $\lambda_B = \frac{h}{\sqrt{2m_e eU_B}}$ und die Näherung $x_k \approx \frac{k\lambda L}{d}$ für kleine Winkel. Diese Zusammenhänge muss man herleiten oder selbst können. Vor allem nimmt die Formelsammlung das Verstehen nicht ab: Deutungen, Begründungen und Experimente stehen dort nicht. Kapitel 8 zeigt, was man nachschlagen kann und was nicht.

Die Rechnungen in diesem Skript benutzen die Konstanten auf drei Stellen gerundet: $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J s, $e = 1{,}60 \cdot 10^{-19}$ C, $c = 3{,}00 \cdot 10^{8}\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $m_e = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ kg, $1\ \text{u} = 1{,}66 \cdot 10^{-27}$ kg, $1\ \text{eV} = 1{,}60 \cdot 10^{-19}$ J. Mit den genauen Werten der Formelsammlung ändert sich höchstens die letzte angegebene Stelle.

Wie man den Bildungsplan liest

Begriffe in Klammern ohne Zusatz sind verbindlich, ebenso solche nach **„unter anderem“**. Steht davor **„zum Beispiel“**, sind sie nur ein mögliches Beispiel. Das Mach-Zehnder-Interferometer wird nur als Beispiel genannt – deshalb sind die Abschnitte dazu als „Abi teilweise“ markiert: Der Grundgedanke (Interferenz gegen Welcher-Weg-Information) ist Prüfungsstoff, der Aufbau wird in einer Abituraufgabe gegebenenfalls erklärt. Linienspektren, Energieniveaus, Potentialtopf und Laser stehen nicht im Bildungsplan, wohl aber in den Bildungsstandards (IQB-Pool, Kapitel 7). Bohrsches Atommodell, Franck-Hertz-Versuch, Tunneleffekt, Röntgenstrahlung und Compton-Effekt stehen in keinem der beiden; sie sind als Ausblick markiert.

1 Der Photoeffekt: Licht gibt Energie in Portionen ab

1.1 Der Hallwachs-Versuch Abi

Wilhelm Hallwachs beobachtete 1888 ein erstaunliches Verhalten: Eine frisch geschmirgelte Zinkplatte auf einem Elektroskop verliert ihre Ladung, wenn sie mit dem Licht einer Quecksilberdampflampe bestrahlt wird – aber nur, wenn sie **negativ** geladen ist.

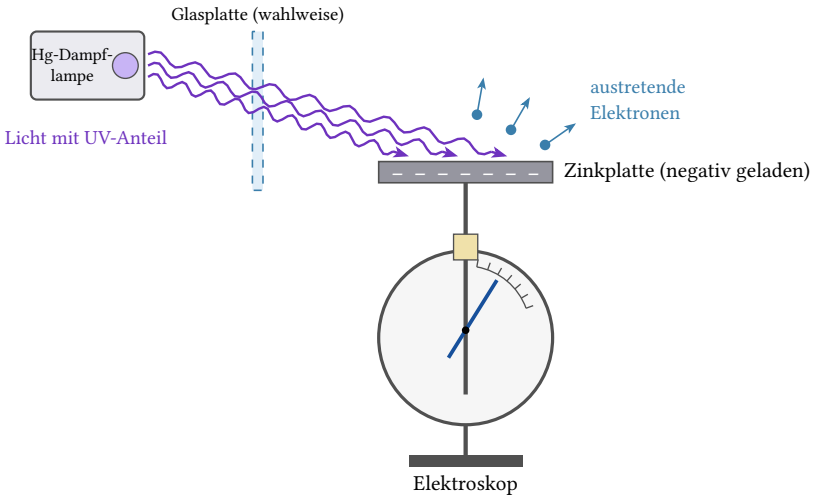


Abbildung 72: Hallwachs-Versuch: Eine negativ geladene Zinkplatte sitzt auf einem Elektroskop und wird mit dem Licht einer Quecksilberdampflampe bestrahlt. Der Zeigerausschlag geht zurück, weil Elektronen aus der Platte austreten. Stellt man eine Glasplatte in den Strahlengang, hält sie den ultravioletten Anteil des Lichts zurück – dann entlädt sich die Platte nicht mehr.

Beobachtungen

a) Eine **negativ** geladene Zinkplatte entlädt sich bei Bestrahlung mit Quecksilberlicht. Eine **positiv** geladene Platte behält ihre Ladung.
b) Eine Glasplatte im Strahlengang (sie absorbiert UV-Licht, lässt sichtbares Licht aber durch) verhindert die Entladung vollständig.
c) Selbst sehr helles **sichtbares** Licht, etwa von einer starken Halogenlampe, entlädt die Platte nicht.
d) Mit UV-Licht beginnt die Entladung **sofort**, auch wenn die Lampe weit entfernt oder abgeschwächt ist – dann allerdings langsamer.
e) Eine ungeladene Platte lädt sich bei Bestrahlung positiv auf, allerdings nur schwach.

Die Deutung von Beobachtung a) liegt auf der Hand: Das Licht schlägt **Elektronen** aus dem Metall heraus. Ist die Platte negativ geladen, stößt sie die ausgelösten Elektronen ab, die Ladung fließt weg. Ist sie positiv geladen, zieht sie die Elektronen sofort zurück – es passiert nichts. Diesen Vorgang nennt man **lichtelektrischen Effekt** oder kurz **Photoeffekt** (genauer: äußerer Photoeffekt, weil die Elektronen das Metall verlassen).

Die Beobachtungen b) bis d) sind dagegen rätselhaft: Offenbar kommt es nicht darauf an, **wie viel** Licht auf die Platte fällt, sondern **welches**.

Ausprobieren: **Photoeffekt: Gegenfeldmethode** ↗ Üben: **noctua** ↗ Einordnen: **Photoeffekt & Photon** ↗

1.2 Was das Wellenmodell erwarten lässt Abi

Nach der Wellenoptik ist Licht eine elektromagnetische Welle. Ihr elektrisches Feld rüttelt an den Elektronen im Metall; die Energie der Welle ist gleichmäßig über die Wellenfront verteilt und wächst mit dem Quadrat der Amplitude, also mit der **Intensität**. Daraus folgen drei klare Vorhersagen – und alle drei sind falsch:

Erwartung nach dem Wellenmodell	Beobachtung
Jede Lichtfarbe löst Elektronen aus, wenn sie nur hell genug ist – die Elektronen müssen eben lange genug „gerüttelt“ werden.	Es gibt eine **Grenzfrequenz** f_G: Unterhalb davon werden auch bei größter Intensität keine Elektronen ausgelöst.
Helleres Licht (größere Amplitude) gibt den Elektronen mehr Energie: Ihre kinetische Energie steigt mit der Intensität.	Die maximale kinetische Energie der Elektronen hängt **nur von der Frequenz** ab. Die Intensität bestimmt nur, **wie viele** Elektronen austreten.
Bei schwachem Licht dauert es, bis ein Elektron genug Energie gesammelt hat (Verzögerungszeit).	Die Elektronen treten **ohne messbare Verzögerung** aus, auch bei sehr schwachem Licht.

Beispiel 1

Wie lange müsste ein Elektron im Wellenmodell warten? Eine Lampe erzeuge auf der Zinkplatte die Bestrahlungsstärke $1{,}0\ \frac{\mathrm{mW}}{\mathrm{m^2}}$. Ein Elektron kann höchstens die Energie aufnehmen, die auf die Fläche eines Atoms fällt (Radius $r \approx 10^{-10}$ m), und es braucht etwa $E_A \approx 4$ eV $= 6{,}4 \cdot 10^{-19}$ J, um das Zink zu verlassen:

$$A = \pi r^2 \approx 3{,}1 \cdot 10^{-20}\ \mathrm{m^2}, \quad P = 1{,}0 \cdot 10^{-3}\ \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2}} \cdot 3{,}1 \cdot 10^{-20}\ \mathrm{m^2} = 3{,}1 \cdot 10^{-23}\ \mathrm{W}$$

$$t = \frac{E_A}{P} = \frac{6{,}4 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{J}}{3{,}1 \cdot 10^{-23}\ \mathrm{W}} \approx 2 \cdot 10^{4}\ \mathrm{s} \approx 6\ \mathrm{h}$$

Gemessen wird aber eine Verzögerung von weniger als 10^{-9} s. Das Wellenmodell scheitert also nicht knapp, sondern um viele Größenordnungen.

Ausprobieren: **Photoeffekt: Wellenmodell gegen Photonen ↗** Üben: **noctua ↗** Einordnen: **Photoeffekt & Photon ↗**

1.3 Einsteins Lichtquantenhypothese Abi

Albert Einstein schlug 1905 eine radikale Lösung vor: Licht gibt seine Energie nicht kontinuierlich ab, sondern nur in festen Portionen, den **Lichtquanten** oder **Photonen**. Die Größe einer Portion hängt allein von der Frequenz ab.

Merksatz

Lichtquantenhypothese: Licht der Frequenz f tauscht Energie mit Materie nur in Portionen der Größe

$$E_{\mathrm{Ph}} = h \cdot f = \frac{h \cdot c}{\lambda}$$

aus. $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J s ist das **Plancksche Wirkungsquantum**. Ein Photon gibt seine Energie immer **ganz** und immer an **ein einziges** Elektron ab. Eine größere Intensität bedeutet bei gleicher Frequenz mehr Photonen pro Sekunde, nicht energiereichere Photonen.

Um das Metall zu verlassen, muss ein Elektron mindestens die **Austrittsenergie** E_A aufbringen; sie ist eine Materialkonstante. Was von der Photonenenergie darüber hinaus übrig bleibt, hat das Elektron als kinetische Energie. Elektronen, die tiefer im Metall gebunden sind, verlieren unterwegs zusätzlich Energie – deshalb spricht man von der **maximalen** kinetischen Energie.

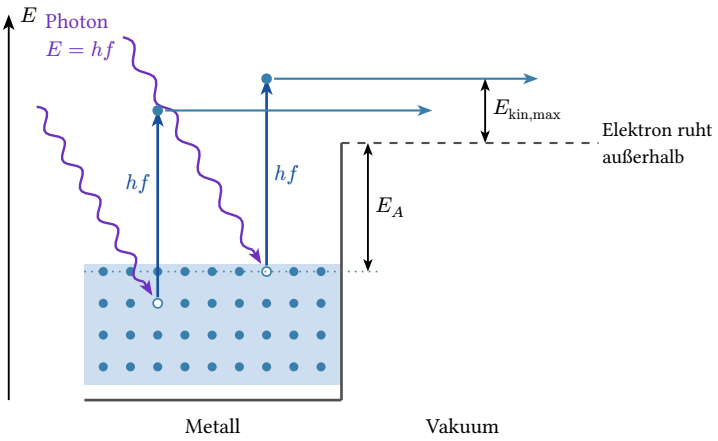


Abbildung 73: Energiebild zum Photoeffekt. Die Leitungselektronen sitzen im Metall wie in einem Topf. Ein Photon gibt seine Energie hf vollständig an ein Elektron ab. Für ein Elektron vom obersten besetzten Niveau bleibt nach Abzug der Austrittsenergie E_A die größtmögliche kinetische Energie $E_{\text{kin,max}}$ übrig. Ein tiefer sitzendes Elektron bekommt dasselbe hf, kommt aber mit weniger Energie heraus.

Merksatz

Einsteinsche Gleichung des Photoeffekts:

$$E_{\text{kin,max}} = h \cdot f - E_A$$

Elektronen werden nur ausgelöst, wenn $hf \geq E_A$ ist. Daraus folgen die **Grenzfrequenz** und die **Grenzwellenlänge**

$$f_G = \frac{E_A}{h} \quad \text{bzw.} \quad \lambda_G = \frac{h \cdot c}{E_A}.$$

Licht mit $f < f_G$ (also $\lambda > \lambda_G$) löst keine Elektronen aus – egal wie hell es ist.

Damit sind alle Beobachtungen erklärt: Sichtbares Licht hat bei Zink zu kleine Photonenenergien (Grenzfrequenz im UV); die Glasplatte hält genau die Photonen zurück, die groß genug wären. Mehr Licht bedeutet mehr Photonen, also mehr ausgelöste Elektronen – aber jedes einzelne bekommt nur die Energie eines Photons. Und weil ein Photon seine Energie auf einen Schlag abgibt, muss kein Elektron Energie „ansammeln“: Es gibt keine Verzögerung.

Metall	E_A in eV	f_G in 10^{14} Hz	λ_G in nm
Caesium	1,94	4,7	640
Kalium	2,25	5,4	552
Natrium	2,28	5,5	545
Zink	4,27	10,3	291
Silber	4,70	11,4	264

Typische Austrittsenergien. Die Werte schwanken je nach Oberflächenbeschaffenheit um einige Zehntel eV; in Abituraufgaben werden sie immer angegeben.

Typischer Fehler

Falsch: „Helleres Licht löst schnellere Elektronen aus.“

Richtig: Die Intensität bestimmt die **Zahl** der Photonen und damit den Fotostrom. Die maximale kinetische Energie $E_{\text{kin,max}} = hf - E_A$ hängt nur von der Frequenz ab.

Unterhalb der Grenzfrequenz löst auch beliebig helles Licht kein einziges Elektron aus.

Ausprobieren: **Photoeffekt: Wellenmodell gegen Photonen** ↗ Üben: **noctua** ↗ Einordnen: **Photoeffekt & Photon** ↗

1.4 Messung der Elektronenenergie: die Gegenfeldmethode Abi

Um $E_{\text{kin,max}}$ zu messen, benutzt man eine **Fotozelle**: einen evakuierten Glaskolben mit einer großen, lichtempfindlichen Metallschicht (Kathode) und einer Gegenelektrode, meist einem Drahtring (Anode). Das Licht fällt durch den Ring auf die Kathode.

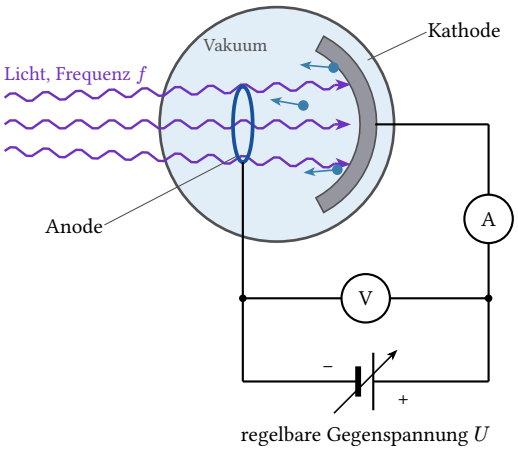


Abbildung 74: Fotozelle in der Gegenfeldschaltung. Die Anode liegt auf **negativem** Potenzial gegenüber der Kathode. Die ausgelösten Elektronen müssen gegen das elektrische Feld anlaufen; nur die schnellsten erreichen die Anode. Ein empfindlicher Strommesser zeigt den Fotostrom an.

Legt man zwischen Anode und Kathode eine Spannung U so an, dass die Anode negativ ist, werden die Elektronen auf dem Weg zur Anode abgebremst. Ein Elektron erreicht die Anode nur, wenn seine kinetische Energie größer ist als $e \cdot U$. Man erhöht U, bis der Fotostrom gerade null wird. Bei dieser Gegenspannung U_0 kommen auch die schnellsten Elektronen nicht mehr an:

Merksatz

$$e \cdot U_0 = E_{\text{kin,max}} = h \cdot f - E_A$$

Die Gegenspannung U_0, bei der der Fotostrom verschwindet, ist ein direktes Maß für die maximale kinetische Energie der Elektronen.

Variante: die Fotospannung

Statt eine Gegenspannung einzustellen, kann man die Fotozelle auch einfach an ein sehr hochohmiges Voltmeter (Messverstärker) anschließen. Die ausgelösten Elektronen laden die Anode dann so lange negativ auf, bis sie selbst die schnellsten Elektronen zurückhält. Die angezeigte **Fotospannung** ist genau U_0. In Abituraufgaben kommen beide Varianten vor.

Macht man das Licht bei gleicher Frequenz heller, fließt ein stärkerer Fotostrom, die Gegenspannung U_0 bleibt aber genau gleich: Mehr Photonen lösen mehr Elektronen aus, aber jedes davon bekommt nur die Energie eines Photons. Erst Licht höherer Frequenz erfordert eine größere Gegenspannung.

Typischer Fehler

Falsch: Die Gegenspannung ablesen, bei der der Fotostrom am größten ist.

Richtig: Gesucht ist die Gegenspannung U_0, bei der der Strom gerade **null** wird. Dann erreichen auch die schnellsten Elektronen die Anode nicht mehr, und es gilt $E_{\text{kin,max}} = eU_0$.

Ausprobieren: **Photoeffekt: Gegenfeldmethode** ↗ Üben: **noctua** ↗ Einordnen: **Photoeffekt & Photon** ↗

1.5 Bestimmung von h: die Einstein-Gerade Abi

Misst man U_0 für Licht verschiedener Frequenzen (z. B. für die Spektrallinien einer Quecksilberdampflampe) und trägt $E_{\text{kin,max}} = eU_0$ über f auf, liegen die Messpunkte auf einer Geraden:

Merksatz

$$E_{\text{kin,max}} = h \cdot f - E_A \quad \Leftrightarrow \quad U_0 = \frac{h}{e} \cdot f - \frac{E_A}{e}$$

- Die **Steigung** der Geraden im $E_{\text{kin,max}}$-f-Diagramm ist h – für **jedes** Kathodenmaterial dieselbe.
- Der Schnittpunkt mit der f-Achse ist die Grenzfrequenz f_G.
- Die nach links verlängerte Gerade schneidet die Energieachse bei $-E_A$.

Im U_0-f-Diagramm ist die Steigung entsprechend $\frac{h}{e}$.

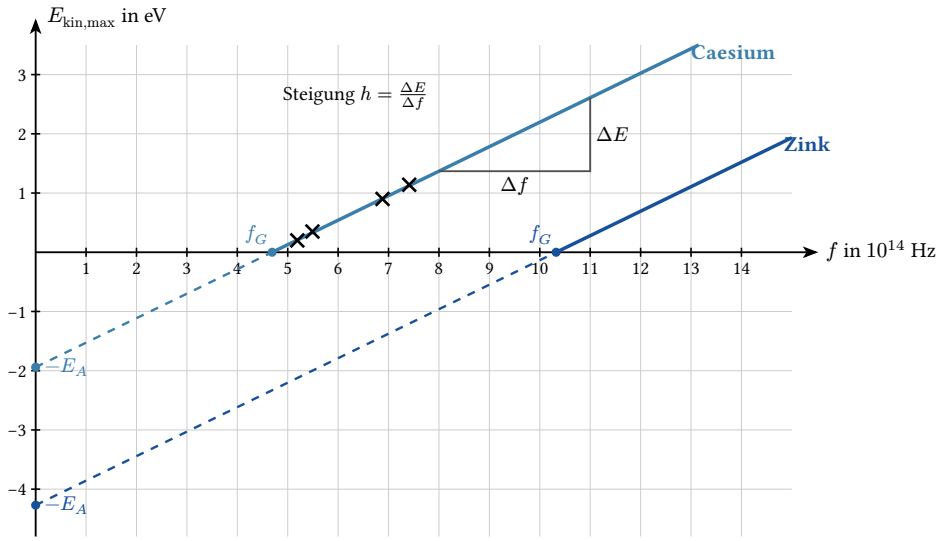


Abbildung 75: Einstein-Geraden für eine Caesium- und eine Zinkkathode. Beide Geraden sind parallel, weil die Steigung h eine Naturkonstante ist; sie unterscheiden sich nur in der Austrittsenergie. Die Kreuze sind die Messwerte aus dem Beispiel unten. Unterhalb der Grenzfrequenz (gestrichelt) werden keine Elektronen ausgelöst – dort hat die Gerade nur rechnerische Bedeutung.

Beispiel 2

Eine Fotozelle mit Caesiumkathode wird mit vier Linien einer Quecksilberdampflampe bestrahlt. Gemessen werden die Gegenspannungen:

λ in nm	578	546	436	405
f in 10^{14} Hz	5,19	5,49	6,88	7,41
U_0 in V	0,20	0,35	0,90	1,14

Steigung aus den beiden äußeren Messwerten:

$$\frac{h}{e} = \frac{\Delta U_0}{\Delta f} = \frac{1{,}14\ \text{V} - 0{,}20\ \text{V}}{(7{,}41 - 5{,}19) \cdot 10^{14}\ \text{Hz}} = 4{,}23 \cdot 10^{-15}\ \text{V s} \quad \Rightarrow \quad h = 4{,}23 \cdot 10^{-15}\ \text{V s} \cdot 1{,}60 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \approx 6{,}8 \cdot 10^{-34}\ \text{J s}$$

Achsenabschnitt: $E_A = hf - eU_0 = 4{,}23 \cdot 10^{-15}\ \text{eV s} \cdot 7{,}41 \cdot 10^{14}\ \text{Hz} - 1{,}14\ \text{eV} \approx 2{,}0\ \text{eV}$, die Grenzfrequenz ist $f_G = \frac{E_A}{h} \approx 4{,}7 \cdot 10^{14}\ \text{Hz}$. Genauer wird das Ergebnis, wenn man eine Ausgleichsgerade durch **alle** Messpunkte legt (Taschenrechner: lineare Regression).

Ausprobieren: **Photoeffekt: Gegenfeldmethode** ↗ Üben: **noctua** ↗ Einordnen: **Photoeffekt & Photon** ↗

1.6 Rechnen in Elektronenvolt Abi

Photonenenergien sind in Joule unhandlich klein. Bequemer ist die Einheit **Elektronenvolt**: 1 eV ist die Energie, die ein Elektron beim Durchlaufen der Spannung 1 V gewinnt.

Merksatz

$$1\ \text{eV} = 1{,}60 \cdot 10^{-19}\ \text{J}, \quad h = 4{,}14 \cdot 10^{-15}\ \text{eV s}$$

Faustregel für Photonen: E_{Ph} in eV $\approx \frac{1240}{\lambda \text{ in nm}}$. Mit den genauen Konstanten ergibt sich 1240, mit den auf drei Stellen gerundeten Werten 1243.

Ein großer Vorteil: Eine Gegenspannung von $U_0 = 0{,}90$ V bedeutet direkt $E_{\text{kin,max}} = 0{,}90$ eV.

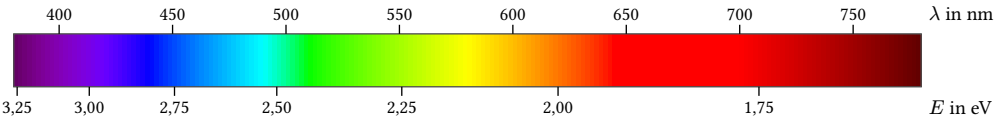


Abbildung 76: Sichtbares Spektrum mit Wellenlänge (oben) und Photonenenergie (unten). Ein Photon roten Lichts trägt knapp 2 eV, ein violettes gut 3 eV. Zum Vergleich: Die Austrittsenergie von Zink ist 4,3 eV – deshalb braucht man UV-Licht.

Typischer Fehler

Falsch: $E = hf$ mit $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J s ausrechnen und das Ergebnis als eV angeben.

Richtig: Mit h in J s kommt die Energie in Joule heraus; geteilt durch $e = 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ C ergibt sie Elektronenvolt. Oder gleich mit $h = 4{,}14 \cdot 10^{-15}$ eV s rechnen.

Ausprobieren: **Photoeffekt: Gegenfeldmethode** ↗ Üben: **noctua** ↗ Einordnen: **Photoeffekt & Photon** ↗

1.7 Photonenstrom, Leistung und Quantenausbeute Abi

Ein Lichtbündel der Leistung P transportiert pro Sekunde die Energie $P \cdot 1$ s. Besteht es aus Photonen der Energie hf, so ist die Anzahl der Photonen pro Sekunde

$$\frac{N}{t} = \frac{P}{h \cdot f} = \frac{P \cdot \lambda}{h \cdot c}.$$

Nicht jedes Photon löst ein Elektron aus. Das Verhältnis aus ausgelösten Elektronen und eingestrahlten Photonen heißt **Quantenausbeute**; bei Fotozellen liegt sie meist unter 1 %.

Beispiel 3

Ein grüner Laserpointer ($\lambda = 532$ nm, $P = 1{,}0$ mW) sendet pro Sekunde

$$\frac{N}{t} = \frac{1{,}0 \cdot 10^{-3}\ \text{W} \cdot 532 \cdot 10^{-9}\ \text{m}}{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{J s} \cdot 3{,}00 \cdot 10^{8}\ \frac{\text{m}}{\text{s}}} \approx 2{,}7 \cdot 10^{15}\ \text{Photonen}$$

aus. Trifft das Licht eine Fotozelle mit einer Quantenausbeute von 0,50 % und gelangen alle ausgelösten Elektronen zur Anode, fließt der Fotostrom

$$I = e \cdot 0{,}0050 \cdot \frac{N}{t} = 1{,}60 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \cdot 1{,}3 \cdot 10^{13}\ \text{s}^{-1} \approx 2{,}1 \cdot 10^{-6}\ \text{A} = 2{,}1\ \mu\text{A}\ .$$

Die riesige Photonenzahl erklärt, warum Licht im Alltag kontinuierlich wirkt: Die Portionierung fällt erst bei sehr schwachem Licht auf.

Ausprobieren: **Photoeffekt: Wellenmodell gegen Photonen** ↗ Üben: **noctua** ↗ Einordnen: **Photoeffekt & Photon** ↗

1.8 Wie es dazu kam: Planck, Einstein, Millikan Zusatz · nicht Abi

Die Idee der Energieportionen stammt nicht von Einstein, sondern von Max Planck. Planck suchte um 1900 eine Formel für das Spektrum, das ein heißer Körper aussendet (die „Hohlraumstrahlung“). Alle klassischen Ansätze scheiterten. Planck fand die richtige Formel erst, als er annahm, dass die Wände des Hohlraums Energie nur in Vielfachen von hf aufnehmen und abgeben können – für ihn zunächst ein mathematischer Kunstgriff. Am 14. Dezember 1900 stellte er sein Strahlungsgesetz vor; dieser Tag gilt als Geburtsstunde der Quantenphysik.

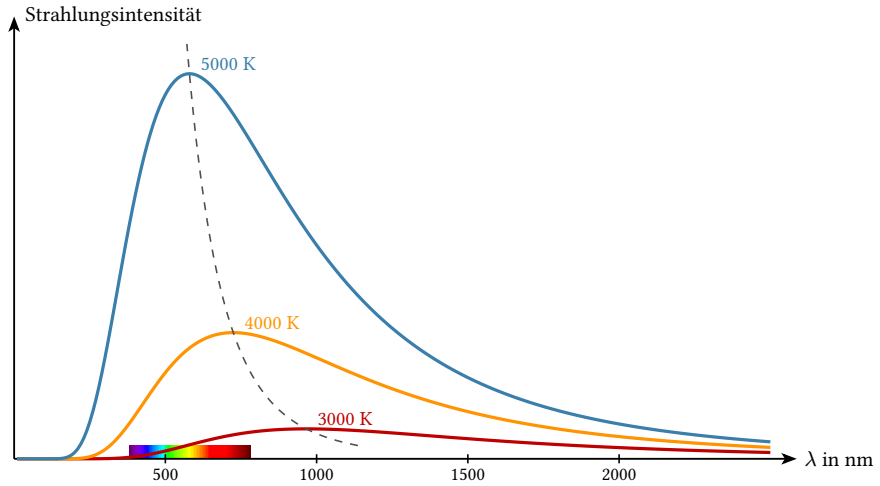


Abbildung 77: Spektrum eines Schwarzen Körpers nach dem Planckschen Strahlungsgesetz, berechnet für drei Temperaturen. Mit steigender Temperatur wächst die abgestrahlte Leistung stark, und das Maximum wandert zu kürzeren Wellenlängen (gestrichelt). Ein Glühdraht mit 3000 K strahlt den Großteil seiner Energie im Infraroten ab – deshalb ist eine Glühlampe ein so schlechtes Leuchtmittel.

Einstein ging 1905 einen Schritt weiter: Nicht nur die Wände, das **Licht selbst** besteht aus Energieportionen. Die Fachwelt, Planck eingeschlossen, hielt das lange für überzogen – zu überzeugend waren die Erfolge des Wellenmodells bei Beugung und Interferenz. Robert Millikan wollte Einsteins Gleichung widerlegen und vermaß den Photoeffekt jahrelang mit großer Sorgfalt. 1916 musste er feststellen, dass seine Messungen sie glänzend bestätigten, und lieferte dabei einen genauen Wert für h. Einstein erhielt den Nobelpreis 1921 ausdrücklich für die Erklärung des Photoeffekts, nicht für die Relativitätstheorie.

1.9 Anwendungen des Photoeffekts Zusatz · nicht Abi

- **Photomultiplier und Restlichtverstärker:** Ein Photon löst an einer Kathode ein Elektron aus. Dieses wird beschleunigt und schlägt an weiteren Elektroden (Dynoden) jeweils mehrere Elektronen heraus – nach zehn Stufen ist aus einem Elektron eine Lawine von einer Million geworden. So lassen sich einzelne Photonen nachweisen (siehe Kapitel 4).
- **Innerer Photoeffekt:** In Halbleitern verlassen die Elektronen den Festkörper nicht, sondern werden innerhalb des Materials beweglich. Darauf beruhen Fotodioden, Solarzellen und die Bildsensoren von Kameras. Auch hier gibt es eine Grenzwellenlänge: Silizium-Solarzellen nutzen Licht bis etwa 1100 nm.
- **Leuchtdioden** kehren den Vorgang um: Elektronen geben beim Übergang im Halbleiter ihre Energie als Photon ab. Die Photonenenergie entspricht ungefähr der Schwellenspannung der LED mal e. Misst man diese für LEDs verschiedener Farbe, kann man ebenfalls h abschätzen (**Aufgabe 104** (h mit Leuchtdioden, im Aufgabenskript)).

Zur Vertiefung: **Aufgabe 100** (Hallwachs-Versuch deuten, im Aufgabenskript), **Aufgabe 101** (Welches Metall für welches Licht?, im Aufgabenskript), **Aufgabe 102** (Die fehlende Wartezeit, im Aufgabenskript), **Aufgabe 252** (in der Sammlung Abi-ähnlich), **Aufgabe 247** (in der Sammlung Abi-ähnlich), **Aufgabe 248** (in der Sammlung Abi-ähnlich), **Aufgabe 249** (in der Sammlung Abi-ähnlich), **Aufgabe 103** (Photonen zählen, im Aufgabenskript), **Aufgabe 256** (in der Sammlung Abi-ähnlich) und **Aufgabe 255** (in der Sammlung Abi-ähnlich).



2 Photonen: Energie und Impuls

2.1 Das Photon als Quantenobjekt Abi

Beim Photoeffekt zeigt Licht ein Verhalten, das man von Teilchen kennt: Es gibt Energie in unteilbaren Portionen an einzelne Elektronen ab. Bei Beugung und Interferenz verhält es sich dagegen wie eine Welle. Das Photon ist deshalb weder ein klassisches Teilchen noch eine klassische Welle, sondern ein **Quantenobjekt**. Was das genau bedeutet, ist Thema der Kapitel 4 bis 6.

Wie jedes Quantenobjekt lässt sich ein Photon durch seine **Energie** und seinen **Impuls** beschreiben. Dass Licht Impuls überträgt, zeigt der **Strahlungsdruck**: Licht, das auf eine Fläche fällt, übt eine (winzige) Kraft auf sie aus. Die Relativitätstheorie liefert für ein Objekt, das sich mit Lichtgeschwindigkeit bewegt und keine Ruhemasse hat, den Zusammenhang $E = p \cdot c$. Mit $E = hf$ folgt:

Merksatz

Ein Photon der Frequenz f bzw. der Wellenlänge λ hat

$$\text{die Energie} \quad E = h \cdot f \quad \text{und den Impuls} \quad p = \frac{E}{c} = \frac{h \cdot f}{c} = \frac{h}{\lambda}.$$

Photonen bewegen sich im Vakuum immer mit Lichtgeschwindigkeit c und haben keine Ruhemasse.

Beispiel 4

Ein Laser der Leistung $P = 1{,}0\ \text{W}$ ($\lambda = 633\ \text{nm}$) trifft senkrecht auf einen Spiegel und wird reflektiert. Wie groß ist die Kraft auf den Spiegel?

Jedes Photon kehrt seinen Impuls um, überträgt also $\frac{2h}{\lambda}$. Pro Sekunde treffen $\frac{N}{t} = \frac{P\lambda}{hc}$ Photonen auf. Die Kraft ist der übertragene Impuls pro Zeit:

$$F = \frac{N}{t} \cdot \frac{2h}{\lambda} = \frac{P\lambda}{hc} \cdot \frac{2h}{\lambda} = \frac{2P}{c} = \frac{2 \cdot 1{,}0\ \text{W}}{3{,}00 \cdot 10^8\ \frac{\text{m}}{\text{s}}} \approx 6{,}7 \cdot 10^{-9}\ \text{N}$$

Bei vollständiger Absorption wäre die Kraft nur halb so groß, $\frac{P}{c}$. Diese winzigen Kräfte nutzen **Sonnensegel** in der Raumfahrt: Im Erdabstand liefert die Sonne etwa 1,4 kW pro Quadratmeter, auf ein reflektierendes Segel von 1000 m^2 wirkt also eine Kraft von rund 9 mN – wenig, aber dauerhaft und ohne Treibstoff.

Ausprobieren: **Koinzidenzmethode am Strahlteiler ↗** · **Compton-Effekt ↗** Üben: **noctua ↗** Einordnen: **Welle-Teilchen-Dualismus & de Broglie ↗**

2.2 Röntgenstrahlung: der umgekehrte Photoeffekt Zusatz · nicht Abi

> Röntgenstrahlung steht nicht im Bildungsplan, kam aber im Abitur 2025 als **vertiefendes Themengebiet** vor. Dort wurden die nötigen Zusammenhänge im Aufgabentext gegeben.

In einer Röntgenröhre werden Elektronen mit einer hohen Spannung U_B (einige 10 kV) beschleunigt und prallen auf eine Metallanode. Beim Abbremsen entsteht kurzwellige elektromagnetische Strahlung. Im Photonenbild ist das der Photoeffekt rückwärts: Ein Elektron mit der Energie eU_B kann höchstens ein Photon mit genau dieser Energie erzeugen. Deshalb hat das Spektrum eine scharfe **Grenzwellenlänge**:

$$e \cdot U_B = h \cdot f_{\text{max}} = \frac{h \cdot c}{\lambda_{\text{min}}} \quad \Rightarrow \quad \lambda_{\text{min}} = \frac{h \cdot c}{e \cdot U_B}$$

Die Grenzwellenlänge hängt nur von der Spannung ab, nicht vom Anodenmaterial (Gesetz von Duane und Hunt). Dem kontinuierlichen **Bremsspektrum** sind scharfe Linien überlagert, die **charakteristische Strahlung**: Sie entsteht, wenn ein Elektron ein Atom der Anode in einer inneren Schale ionisiert und die Lücke von einem äußeren Elektron aufgefüllt wird. Ihre Lage verrät das Anodenmaterial.

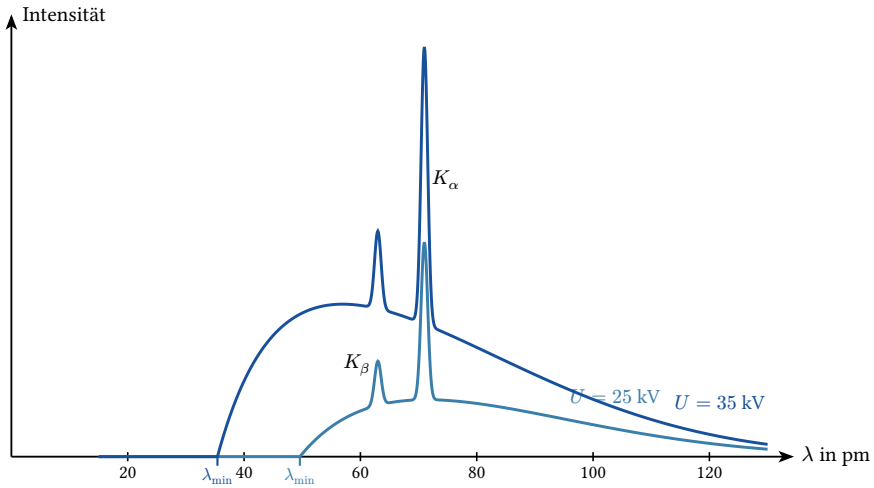


Abbildung 78: Röntgenspektrum einer Molybdän-Anode bei 25 kV und 35 kV (Bremskontinuum nach dem Kramersschen Gesetz berechnet, Linienhöhen schematisch). Mit steigender Spannung rückt die Grenzwellenlänge λ_{min} nach links; die charakteristischen Linien K_α (71 pm) und K_β (63 pm) bleiben an ihrem Platz.

2.3 Der Compton-Effekt Zusatz · nicht Abi

Den überzeugendsten Beleg dafür, dass Photonen Impuls tragen, lieferte Arthur Compton 1922. Er bestrahlte Graphit mit Röntgenstrahlung und fand in der gestreuten Strahlung eine **größere** Wellenlänge als in der einfallenden – umso größer, je stärker die Strahlung abgelenkt wurde. Im Wellenmodell ist das unerklärlich: Eine Welle, die Elektronen zum Mitschwingen anregt, strahlt mit derselben Frequenz wieder ab.

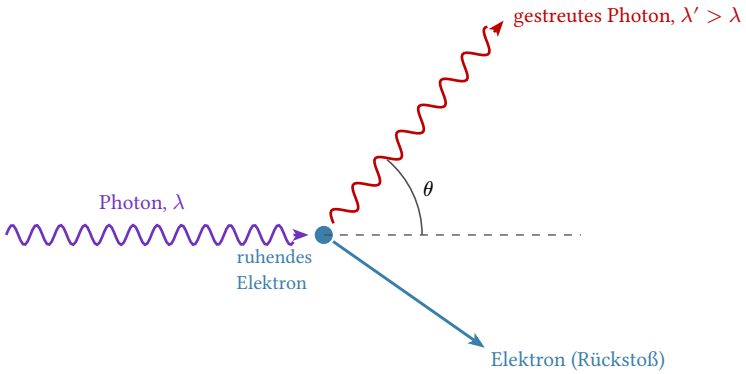


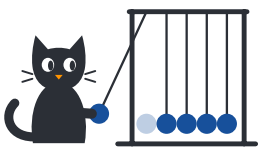
Abbildung 79: Compton-Streuung: Ein Röntgenphoton stößt mit einem (nahezu) freien Elektron. Das Elektron erhält einen Rückstoß, das gestreute Photon hat weniger Energie und deshalb eine größere Wellenlänge λ'.

Behandelt man den Vorgang als elastischen Stoß zweier Teilchen mit Energie- und Impulserhaltung (relativistisch gerechnet), ergibt sich

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c} \cdot (1 - \cos(\theta)), \qquad \frac{h}{m_e c} = 2{,}43 \text{ pm} \ .$$

Die Verschiebung ist höchstens 4,9 pm (bei Rückwärtsstreuung, $\theta = 180°$). Bei sichtbarem Licht ($\lambda \approx 500$ nm) wäre das eine relative Änderung von einem Hunderttausendstel – deshalb fällt der Effekt nur bei Röntgen- und Gammastrahlung auf.

Zur Vertiefung: **Aufgabe 105** (Strahlungsdruck, im Aufgabenskript), **Aufgabe 106** (Photon und Elektron im Vergleich, im Aufgabenskript), **Aufgabe 107** (Röntgenröhre, im Aufgabenskript) und **Aufgabe 108** (Compton-Streuung, im Aufgabenskript).



3 Materiewellen

3.1 Die de-Broglie-Hypothese Abi

Wenn Licht – lange Zeit der Inbegriff einer Welle – Teilcheneigenschaften hat, könnte es dann umgekehrt sein, dass Teilchen wie Elektronen Welleneigenschaften haben? Diese Frage stellte Louis de Broglie 1924 in seiner Doktorarbeit. Er übertrug die Beziehung $p = \frac{h}{\lambda}$ der Photonen auf alle Objekte mit Impuls:

Merksatz

de-Broglie-Wellenlänge: Einem Objekt mit dem Impuls $p = m \cdot v$ ist die Wellenlänge

$$\lambda_B = \frac{h}{p} = \frac{h}{m \cdot v}$$

zugeordnet. Für Elektronen, die aus der Ruhe die Spannung U_B durchlaufen haben, gilt $eU_B = \frac{1}{2} m_e v^2$, also $p = \sqrt{2 m_e e U_B}$ und

$$\lambda_B = \frac{h}{\sqrt{2 m_e \cdot e \cdot U_B}}.$$

Die Formel für beschleunigte Elektronen ist eine **nichtrelativistische** Näherung. Bis zu einigen 10 kV ist ihr Fehler kleiner als wenige Prozent; in Abituraufgaben wird dann ausdrücklich gesagt, dass man relativistische Effekte vernachlässigen darf.

Beispiel 5

- Elektronen nach $U_B = 4{,}0$ kV:

$$\lambda_B = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{J s}}{\sqrt{2 \cdot 9{,}11 \cdot 10^{-31}\ \text{kg} \cdot 1{,}60 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \cdot 4{,}0 \cdot 10^{3}\ \text{V}}} \approx 1{,}94 \cdot 10^{-11}\ \text{m} = 19{,}4\ \text{pm}$$

  Das ist etwa ein Zehntel eines Atomabstands im Kristall – passend, um an Kristallen gebeugt zu werden.
- Ein Tennisball ($m = 58$ g, $v = 50\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$): $\lambda_B = \frac{h}{mv} \approx 2{,}3 \cdot 10^{-34}$ m. Diese Wellenlänge ist um viele Größenordnungen kleiner als ein Atomkern. Kein Spalt der Welt könnte sie sichtbar machen – deshalb verhalten sich Alltagsgegenstände klassisch.

Die de-Broglie-Wellenlänge ist eine **Rechengröße** für die Wahrscheinlichkeit, ein Elektron irgendwo anzutreffen (Kapitel 4). Sie bedeutet nicht, dass das Elektron auf einer Wellenbahn schlängelt oder sich wie Wasser verteilt: Nachgewiesen wird es immer als Ganzes an einem Ort.

Typischer Fehler

Falsch: Für ein Elektron $\lambda = \frac{h}{mc}$ oder $\lambda = \frac{c}{f}$ ansetzen.

Richtig: $\lambda = \frac{h}{p}$ mit dem Impuls des Elektrons; nach Beschleunigung aus der Ruhe durch U ist $p = \sqrt{2 m_e e U}$ (nichtrelativistisch).

Elektronen bewegen sich nicht mit Lichtgeschwindigkeit. Formeln mit c gehören zu Photonen.

Ausprobieren: **Elektronenbeugungsröhre ↗** · **Unbestimmtheit am Einzelspalt ↗** Üben: **noctua ↗** Einordnen: **Welle-Teilchen-Dualismus & de Broglie ↗** · **Heisenbergsche Unbestimmtheitsrelation ↗**

3.2 Die Elektronenbeugungsröhre Abi teilweise

Prüfungsstoff ist die qualitative Deutung: Die Ringe sind ein Beugungsbild, also ein Beleg für die Welleneigenschaft der Elektronen, und sie werden mit wachsender Spannung kleiner. Die Auswertung mit der Bragg-Bedingung wird in einer Abituraufgabe gegebenenfalls vorgegeben.

Den ersten Nachweis der Elektronenbeugung führten Clinton Davisson und Lester Germer 1927 an einem Nickelkristall. In der Schule benutzt man die **Elektronenbeugungsröhre**: Eine Glühkathode und eine Lochanode erzeugen einen Elektronenstrahl, der eine dünne Folie aus polykristallinem Graphit durchsetzt. Auf dem Leuchtschirm entstehen zwei helle konzentrische **Ringe** um einen Mittelfleck.

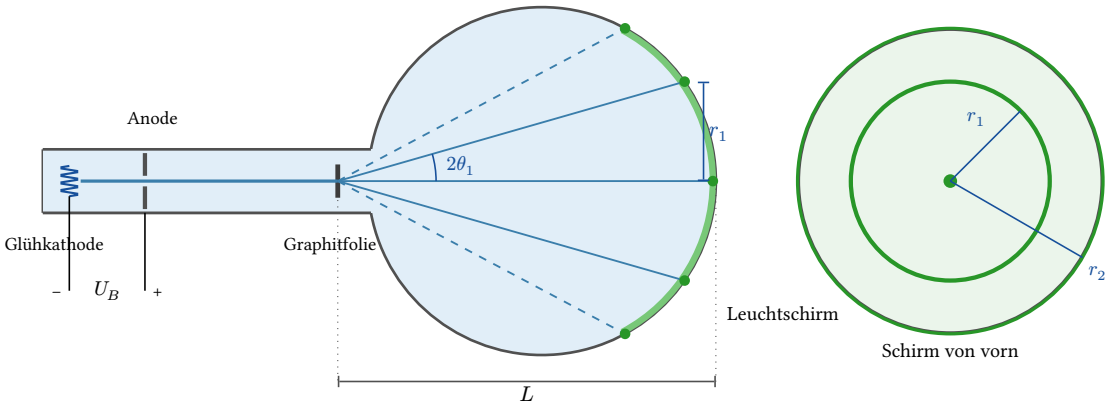


Abbildung 80: Elektronenbeugungsröhre (Seitenansicht, nicht maßstäblich) und Leuchtschirm von vorn. Die Elektronen werden an den Netzebenen der Graphitkristalle reflektiert und um den Winkel 2θ abgelenkt. Weil die winzigen Kristalle in der Folie in allen Richtungen liegen, entstehen Kegel, die den Schirm in Ringen schneiden. Erhöht man U_B, werden die Ringe kleiner.

Graphit besteht aus Schichten von Kohlenstoffatomen in Bienenwabenanordnung. Für die beiden Ringe sind zwei Scharen paralleler Netzebenen verantwortlich, mit den Abständen $d_1 = 213\ \text{pm}$ und $d_2 = 123\ \text{pm}$. Wie bei der Röntgenbeugung (Skript Wellenoptik) verstärken sich die an benachbarten Ebenen reflektierten Wellen, wenn ihr Gangunterschied eine Wellenlänge beträgt:

$$2d \cdot \sin(\theta) = \lambda \quad \text{(Bragg-Bedingung, 1. Ordnung)}$$

Am Schirm im Abstand L hat der Ring den Radius r mit $\tan(2\theta) = \frac{r}{L}$. Für kleine Winkel ist $\sin(\theta) \approx \theta$ und $\tan(2\theta) \approx 2\theta$, damit

$$\lambda \approx d \cdot \frac{r}{L}.$$

Beispiel 6

Bei $U_B = 4{,}0\ \text{kV}$ ist $\lambda_B = 19{,}4\ \text{pm}$ (siehe oben). Mit $L = 13{,}5\ \text{cm}$ erwartet man die Ringradien

$$r_1 \approx \frac{L \cdot \lambda}{d_1} = \frac{13{,}5\ \text{cm} \cdot 19{,}4\ \text{pm}}{213\ \text{pm}} \approx 1{,}2\ \text{cm}, \quad r_2 \approx \frac{13{,}5\ \text{cm} \cdot 19{,}4\ \text{pm}}{123\ \text{pm}} \approx 2{,}1\ \text{cm}\ .$$

Das stimmt mit den gemessenen Radien überein. Wichtiger als die genauen Zahlen ist das Verhalten: Weil $\lambda_B \sim \frac{1}{\sqrt{U_B}}$ ist, schrumpfen die Ringe auf das $\frac{1}{\sqrt{2}}$-Fache, wenn man die Spannung verdoppelt.

Ausprobieren: **Elektronenbeugungsröhre** ↗ · **Bragg-Reflexion** ↗ Üben: **noctua** ↗ Einordnen: **Welle-Teilchen-Dualismus & de Broglie** ↗ · **Kristallstruktur & Beugungsanalyse** ↗

3.3 Elektronen am Doppelspalt Abi

Den Doppelspaltversuch mit Elektronen führte Claus Jönsson 1961 in Tübingen erstmals durch. Wegen der winzigen Wellenlänge brauchte er extrem feine Spalte (Spaltabstand etwa 2 µm) und musste das Bild elektronenoptisch stark vergrößern. Er fand das typische Doppelspaltmuster – dieselben Formeln wie in der Wellenoptik gelten, nur mit $\lambda = \lambda_B$:

$$\sin(\alpha_k) = \frac{k \cdot \lambda_B}{d}\ , \quad \text{für kleine Winkel} \quad x_k \approx \frac{k \cdot \lambda_B \cdot L}{d}\ , \quad \Delta x = \frac{\lambda_B \cdot L}{d}.$$

Beispiel 7

Elektronen der kinetischen Energie 600 eV treffen auf einen Doppelspalt mit $d = 200$ nm; der Schirm steht $L = 20{,}0$ cm dahinter.

$$\lambda_B = \frac{h}{\sqrt{2 m_e E_{\text{kin}}}} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{J s}}{\sqrt{2 \cdot 9{,}11 \cdot 10^{-31}\ \text{kg} \cdot 600 \cdot 1{,}60 \cdot 10^{-19}\ \text{J}}} \approx 5{,}0 \cdot 10^{-11}\ \text{m}$$

$$\Delta x = \frac{\lambda_B \cdot L}{d} = \frac{5{,}0 \cdot 10^{-11}\ \text{m} \cdot 0{,}200\ \text{m}}{200 \cdot 10^{-9}\ \text{m}} \approx 5{,}0 \cdot 10^{-5}\ \text{m} = 50\ \mu\text{m}\ .$$

Die Streifen liegen also nur 0,05 mm auseinander – deshalb die Nachvergrößerung.

Ausprobieren: **Einzelne Quanten am Doppelspalt** ↗ Üben: **noctua** ↗ Einordnen: **Welle-Teilchen-Dualismus & de Broglie** ↗

3.4 Auch große Objekte interferieren Abi

Welleneigenschaften haben nicht nur Elektronen. Seit den 1930er-Jahren werden **Neutronen** routinemäßig an Kristallen gebeugt, um deren Struktur zu untersuchen. 1991 gelang in Konstanz ein Doppelspaltversuch mit **Heliumatomen**. 1999 zeigte die Gruppe um Anton Zeilinger in Wien Interferenz mit **Fullerenen** C_{60} – fußballförmigen Molekülen aus 60 Kohlenstoffatomen (Masse 720 u, Durchmesser rund 1 nm). Inzwischen interferieren Moleküle aus über 2000 Atomen.

Beispiel 8

C_{60}-Moleküle mit $v = 200\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$: $m = 720 \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-27}\ \text{kg} = 1{,}20 \cdot 10^{-24}\ \text{kg}$,

$$\lambda_B = \frac{h}{mv} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{J s}}{1{,}20 \cdot 10^{-24}\ \text{kg} \cdot 200\ \frac{\text{m}}{\text{s}}} \approx 2{,}8 \cdot 10^{-12}\ \text{m}\ .$$

Die Wellenlänge ist rund 400-mal kleiner als das Molekül selbst. Trotzdem erzeugt **jedes einzelne** Molekül hinter einem Gitter mit 100 nm Gitterkonstante eine Interferenzfigur – obwohl es nur durch einen Spalt „passt".

Je größer und schneller ein Objekt, desto kleiner λ_B und desto schwerer wird der Nachweis. Hinzu kommt: Große Objekte stehen ständig in Wechselwirkung mit ihrer Umgebung (Stöße mit Gasmolekülen, Wärmestrahlung) und hinterlassen dabei Spuren, die die Interferenz zerstören (Kapitel 5). Eine grundsätzliche Grenze, ab der die Quantenphysik nicht mehr gilt, ist bisher nicht bekannt.

Zusatz · nicht Abi **Relativistische Korrektur**

Bei hohen Spannungen wird die Formel $p = \sqrt{2 m_e e U_B}$ ungenau. Relativistisch gilt für den Impuls $p = \frac{1}{c}\sqrt{E_{\text{kin}}^2 + 2 E_{\text{kin}} m_e c^2}$ mit $m_e c^2 = 511$ keV. Bei 50 kV ist λ_B dadurch um etwa 2,4 % kleiner als nichtrelativistisch berechnet, bei 200 kV schon um gut 8 %.

Zur Vertiefung: **Aufgabe 109** (de-Broglie-Wellenlängen, im Aufgabenskript), **Aufgabe 110** (Elektronenbeugungsröhre auswerten, im Aufgabenskript), **Aufgabe 260** (in der Sammlung Abi-ähnlich), **Aufgabe 261** (in der Sammlung Abi-ähnlich), **Aufgabe 262** (in der Sammlung Abi-ähnlich), **Aufgabe 263** (in der Sammlung Abi-ähnlich) und **Aufgabe 265** (in der Sammlung Abi-ähnlich).

Ausprobieren: **Elektronenbeugungsröhre** ↗ Üben: **noctua** ↗ Einordnen: **Welle-Teilchen-Dualismus & de Broglie** ↗



4 Quantenobjekte am Doppelspalt

4.1 Teilchen, Welle, Quantenobjekt: drei Doppelspaltversuche Abi

Der Doppelspalt ist das Paradebeispiel der Quantenphysik. Man vergleicht dazu drei Versuche: mit klassischen Teilchen (z. B. kleinen Kugeln, die durch zwei Öffnungen geworfen werden), mit einer klassischen Welle (z. B. einer Wasserwelle) und mit Quantenobjekten (Photonen, Elektronen, Atomen).

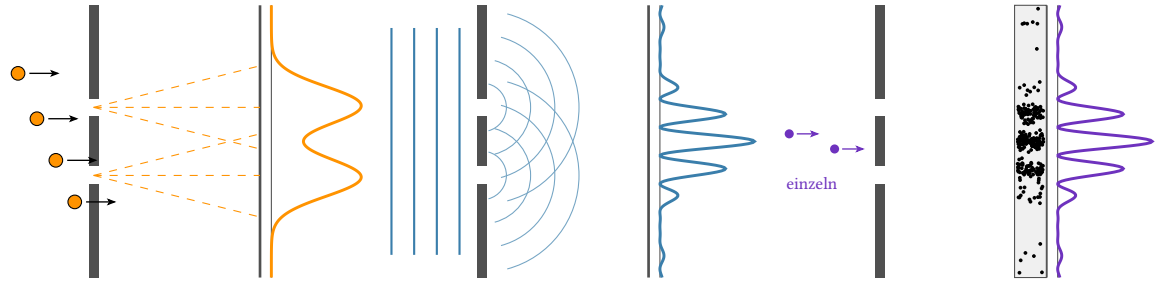


Abbildung 81: Drei Doppelspaltversuche im Vergleich, rechts jeweils die Verteilung auf dem Schirm (Häufigkeit bzw. Intensität). a) Klassische Teilchen fliegen auf geraden Bahnen durch einen der beiden Spalte; es entstehen zwei Häufungen. b) Eine klassische Welle läuft durch beide Spalte zugleich; die beiden Teilwellen interferieren. c) Quantenobjekte werden einzeln als Treffer an einem Ort registriert – die Verteilung vieler Treffer ist aber das Interferenzmuster der Welle (Verteilungskurven berechnet, Treffer aus der Verteilung zufällig gezogen).

	klassische Teilchen	klassische Welle	Quantenobjekte
Nachweis am Schirm	einzelne Treffer an je einem Ort	kontinuierlich, überall zugleich	einzelne Treffer an je einem Ort – **wie Teilchen**
Verteilung nach langer Zeit	zwei Häufungen hinter den Spalten	Interferenzmuster	Interferenzmuster – **wie Welle**
beide Spalte offen statt einer	Häufigkeiten addieren sich: $P_{12} = P_1 + P_2$	Intensitäten addieren sich **nicht** (Interferenz)	Wahrscheinlichkeiten addieren sich **nicht**; an den Minima trifft mit zwei offenen Spalten **weniger** an als mit einem
Vorhersage für ein Einzelobjekt	Bahn durch die Anfangsbedingungen festgelegt	entfällt – die Welle ist ausgedehnt	nur Wahrscheinlichkeiten; der einzelne Auftreffort ist zufällig
Energie, Impuls	in Portionen (E_{kin}, mv)	kontinuierlich verteilt	in Portionen ($E = hf$, $p = \frac{h}{\lambda}$)

Quantenobjekte sind also weder das eine noch das andere. Sie vereinen Züge beider Modelle, und keines der beiden klassischen Modelle beschreibt sie vollständig.

Ausprobieren: **Einzelne Quanten am Doppelspalt** ↗ Üben: **noctua** ↗ Einordnen: **Welle-Teilchen-Dualismus & de Broglie** ↗

4.2 Einzelne Quantenobjekte: Das Muster entsteht Treffer für Treffer Abi

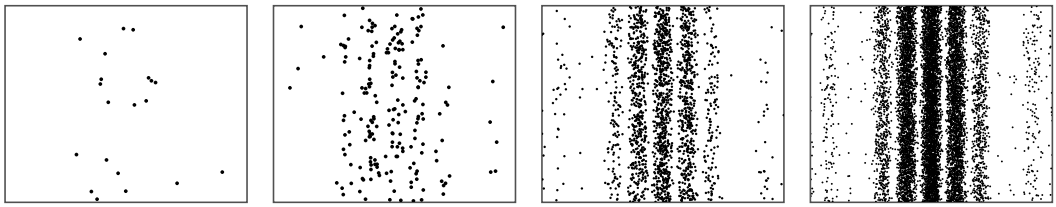
Man kann den Doppelspaltversuch so durchführen, dass sich **immer nur ein** Quantenobjekt in der Apparatur befindet. Für Licht gelang das schon 1909 (Geoffrey Taylor mit extrem abgeschwächtem Licht und monatelanger Belichtung einer Fotoplatte); heute benutzt man Einzelphotonenquellen und Detektoren, die einzelne Photonen registrieren. Mit Elektronen zeigten 1974 eine Gruppe in Bologna und 1989 Akira Tonomura, wie sich das Bild Elektron für Elektron aufbaut.

Beispiel 9

Wie schwach muss das Licht sein? Ein roter Laser (633 nm) werde auf $P = 1{,}0$ pW abgeschwächt. Er sendet

$$\frac{N}{t} = \frac{P\lambda}{hc} = \frac{1{,}0 \cdot 10^{-12}\ \text{W} \cdot 633 \cdot 10^{-9}\ \text{m}}{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{J s} \cdot 3{,}00 \cdot 10^{8}\ \frac{\text{m}}{\text{s}}} \approx 3{,}2 \cdot 10^{6}\ \text{Photonen pro Sekunde}$$

aus. Für eine 1,5 m lange Apparatur braucht ein Photon $t = \frac{1{,}5\ \text{m}}{c} = 5{,}0$ ns. Im Mittel sind also nur $3{,}2 \cdot 10^{6}\ \text{s}^{-1} \cdot 5{,}0 \cdot 10^{-9}\ \text{s} \approx 0{,}016$ Photonen gleichzeitig unterwegs – meistens ist die Apparatur leer, und fast nie sind zwei Photonen zugleich darin.



20 Ereignisse | 200 Ereignisse | 2000 Ereignisse | 10000 Ereignisse

Abbildung 82: So baut sich das Doppelspaltmuster aus einzelnen Treffern auf (simuliert: Auftrefforte zufällig aus der berechneten Doppelspaltverteilung gezogen). Bei wenigen Treffern ist keine Struktur zu erkennen; erst bei vielen zeigt sich das Streifenmuster.

Merksatz

Interferenz einzelner Quantenobjekte:

- Jedes Quantenobjekt wird **als Ganzes an genau einem Ort** nachgewiesen – nie als halber Treffer und nie an zwei Stellen zugleich.
- Der Auftreffort eines einzelnen Objekts ist **zufällig** und lässt sich nicht vorhersagen, auch nicht bei völlig gleicher Präparation.
- Nach vielen Treffern entsteht das **Interferenzmuster**. Es ist bei jeder Wiederholung dasselbe (**reproduzierbar**), obwohl die Reihenfolge der Treffer jedes Mal eine andere ist.
- An den Stellen der Minima wird (fast) nie ein Objekt registriert.
- Da sich nie zwei Objekte zugleich in der Apparatur befinden, kann das Muster nicht durch eine Wechselwirkung der Objekte untereinander entstehen. Jedes einzelne Quantenobjekt „trägt“ die Interferenzfähigkeit selbst.

Typischer Fehler

Falsch: „Das Elektron teilt sich am Doppelspalt und geht zur Hälfte durch jeden Spalt.“

Richtig: Nachgewiesen wird immer ein ganzes Elektron an einem Ort. Die Quantenphysik sagt nur Wahrscheinlichkeiten für die Auftrefforte voraus; über einen Weg durch einen bestimmten Spalt macht sie ohne Messung keine Aussage.

Ausprobieren: **Einzelne Quanten am Doppelspalt ↗** · **Koinzidenzmethode am Strahlteiler ↗** Üben: **noctua ↗** Einordnen: **Welle-Teilchen-Dualismus & de Broglie ↗**

4.3 Sind es wirklich einzelne Photonen? Die Koinzidenzmethode IQB-Pool

Nicht im Bildungsplan, aber in den Bildungsstandards (erhöhtes Niveau). Den Aufbau muss man nicht auswendig kennen. Man sollte erklären können, warum man Koinzidenzen zählt und was das Ergebnis am Strahlteiler über Photonen aussagt.

Das Beispiel oben zeigt nur, dass bei stark abgeschwächtem Licht **im Mittel** sehr selten zwei Photonen zugleich in der Apparatur sind. Die Photonen eines Lasers kommen aber zu zufälligen Zeitpunkten; man weiß nie, **wann** gerade eines unterwegs ist, und gelegentlich sind es doch zwei. Für einen sauberen Nachweis, dass Licht aus unteilbaren Portionen besteht, braucht man eine Quelle, die **meldet**, dass genau jetzt ein Photon kommt.

Das leistet eine **Photonenpaarquelle**: In einem besonderen (nichtlinearen) Kristall wandelt sich gelegentlich ein Photon eines Pumplasers in **zwei** Photonen um, die im selben Augenblick entstehen und in verschiedene Richtungen davonfliegen. Nach der Energieerhaltung gilt $hf_\text{P} = hf_1 + hf_2$. Photon 1 läuft zu einem Detektor D_T (Trigger, „Auslöser“). Spricht er an, ist sicher, dass in diesem Augenblick auch Photon 2 unterwegs ist – und zwar genau eines.

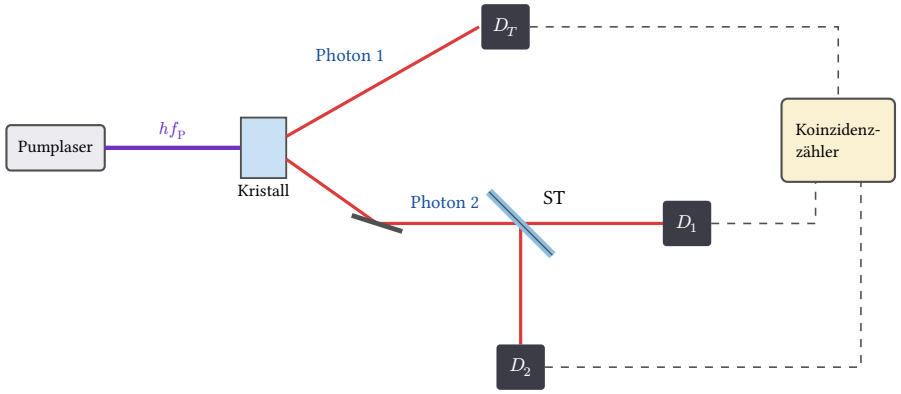


Abbildung 83: Koinzidenzmethode. Der Kristall erzeugt gelegentlich ein Photonenpaar. Photon 1 meldet sich am Trigger-Detektor D_T, Photon 2 trifft auf den Strahlteiler ST und wird entweder von D_1 oder von D_2 registriert. Der Koinzidenzzähler wertet nur Ereignisse, bei denen Detektoren innerhalb eines kurzen Zeitfensters (einige Nanosekunden) gemeinsam ansprechen.

Ein **Koinzidenzzähler** registriert, ob zwei oder drei Detektoren innerhalb eines sehr kurzen Zeitfensters Δt ansprechen. Gezählt werden nur Ereignisse, die mit einem Signal von D_T zusammenfallen; alle anderen Zählimpulse (Streulicht, Rauschen der Detektoren) fallen heraus. Das Experiment (Grangier, Roger und Aspect, 1986) liefert:

- Koinzidenzen D_T und D_1 sowie D_T und D_2 treten je in etwa der Hälfte der Fälle auf: Das Photon wird am Strahlteiler zufällig durchgelassen oder reflektiert.
- **Dreifachkoinzidenzen** D_T, D_1 und D_2 gibt es praktisch nie – nur so selten, wie zufällig ein zweites Photonenpaar in dasselbe Zeitfenster fällt.

Eine klassische Welle würde sich am Strahlteiler aufteilen; beide Detektoren bekämen gleichzeitig Energie und könnten gemeinsam ansprechen. Das Ergebnis zeigt dagegen: Ein Photon **teilt sich nicht**. Ersetzt man die beiden Detektoren durch ein Mach-Zehnder-Interferometer (Abschnitt 5.2), zeigen dieselben, einzeln angekündigten Photonen Interferenz. Beides gehört zum selben Quantenobjekt.

Merksatz

Koinzidenzmethode: Gewertet werden nur Ereignisse, bei denen zwei (oder mehr) Detektoren innerhalb eines kurzen Zeitfensters ansprechen. Bei einer Photonenpaarquelle kündigt der Nachweis des einen Photons das andere an. So ist sicher, dass sich genau ein Photon in der Apparatur befindet.

Ergebnis am Strahlteiler: Ein Photon wird immer nur von **einem** Detektor registriert, nie von beiden zugleich. Photonen sind unteilbar – und zeigen trotzdem einzeln Interferenz.

Beispiel 10

Der Trigger-Detektor registriert $8{,}0 \cdot 10^4$ Photonen pro Sekunde, das Zeitfenster ist $\Delta t = 5{,}0$ ns. Wie wahrscheinlich ist es, dass in dasselbe Fenster zufällig ein zweites Paar fällt?

$$P \approx \frac{N}{t} \cdot \Delta t = 8{,}0 \cdot 10^4\ \mathrm{s^{-1}} \cdot 5{,}0 \cdot 10^{-9}\ \mathrm{s} = 4{,}0 \cdot 10^{-4}$$

Nur etwa jedes 2500. Ereignis enthält also ein zweites Photonenpaar. Ohne Trigger, mit einem bloß abgeschwächten Laser, wüsste man dagegen nicht, in welchen Zeitfenstern überhaupt ein Photon unterwegs war.

Ausprobieren: **Koinzidenzmethode am Strahlteiler** ↗ Üben: **noctua** ↗ Einordnen: **Welle-Teilchen-Dualismus & de Broglie** ↗

4.4 Wahrscheinlichkeit statt Determinismus Abi

In der klassischen Physik gilt der **Determinismus**: Kennt man Ort und Geschwindigkeit eines Körpers und alle Kräfte, ist seine Zukunft festgelegt – gleiche Anfangsbedingungen, gleiches Ergebnis. Beim Doppelspalt mit einzelnen Quantenobjekten ist das anders. Alle Objekte werden gleich präpariert, und trotzdem landen sie an verschiedenen Stellen. Vorhersagbar ist nur, **mit welcher Wahrscheinlichkeit** ein Objekt in einem bestimmten Bereich des Schirms registriert wird.

Max Born gab 1926 die Deutung, die bis heute gilt: Die Welle, mit der man Interferenzmuster von Quantenobjekten berechnet, ist keine materielle Welle, sondern eine **Wahrscheinlichkeitswelle**. Man beschreibt sie durch eine **Wellenfunktion** ψ.

Merksatz

Wahrscheinlichkeitsdeutung: Die Wahrscheinlichkeit, ein Quantenobjekt in einem kleinen Bereich um den Ort x nachzuweisen, ist proportional zu $|\psi(x)|^2$. Die Intensitätsverteilung der Wellenoptik wird zur Wahrscheinlichkeitsverteilung für das einzelne Objekt, die Häufigkeitsverteilung vieler Treffer nähert sich ihr an.

Sind für ein Quantenobjekt zwei Wege möglich (Spalt 1 oder Spalt 2) und gibt es keine Information darüber, welcher genommen wurde, werden nicht die Wahrscheinlichkeiten addiert, sondern die **Wellenfunktionen**:

$$\psi = \psi_1 + \psi_2 \ , \quad P \sim |\psi_1 + \psi_2|^2 \neq |\psi_1|^2 + |\psi_2|^2$$

Der Unterschied ist der Interferenzterm – er ist für das Streifenmuster verantwortlich.

Beispiel 11

An einer bestimmten Stelle des Schirms werde mit nur geöffnetem Spalt 1 ein Elektron mit der Wahrscheinlichkeit 0,10 % registriert, mit nur geöffnetem Spalt 2 ebenfalls mit 0,10 %. Klassische Teilchen hätten mit beiden Spalten die Wahrscheinlichkeit 0,20 %. Für Quantenobjekte addieren sich die Wellenfunktionen gleichen Betrags: Je nach Gangunterschied liegt die Wahrscheinlichkeit zwischen 0 % (die beiden ψ löschen sich aus, Minimum) und 0,40 % (sie verstärken sich, $|2\psi_1|^2 = 4\ |\psi_1|^2$, Maximum). Im Mittel über viele Streifen bleiben es 0,20 % – die Interferenz verteilt die Treffer nur um.

Ist das nur Unwissen über verborgene Details, die man eben noch nicht kennt? Alle Experimente sprechen dagegen: Die Zufälligkeit ist nach heutigem Wissen eine **grundsätzliche** Eigenschaft der Natur und keine Folge ungenauer Präparation. Auch die Frage, durch welchen Spalt das Objekt „wirklich“ gegangen ist, hat keine Antwort, solange es keine Information darüber gibt – es hat keine Bahn im klassischen Sinn (Kapitel 6).

Ausprobieren: **Einzelne Quanten am Doppelspalt** ↗ Üben: **noctua** ↗ Einordnen: **Welle-Teilchen-Dualismus & de Broglie** ↗

4.5 Wesenszüge der Quantenphysik Abi

Was man am Doppelspalt lernt, gilt für alle Quantenobjekte. Man kann es in vier Grundsätzen zusammenfassen:

Merksatz

a) **Statistisches Verhalten:** Einzelne Messergebnisse sind zufällig. Die Verteilung vieler Messergebnisse bei gleicher Präparation ist dagegen reproduzierbar und mit Wahrscheinlichkeiten vorhersagbar.
b) **Fähigkeit zur Interferenz:** Einzelne Quantenobjekte können Interferenz zeigen, wenn es für ein Ergebnis mehrere klassisch denkbare Möglichkeiten gibt (z. B. zwei Spalte) und keine Information darüber vorliegt, welche verwirklicht wurde.
c) **Eindeutige Messergebnisse:** Bei einer Messung erhält man immer ein eindeutiges Ergebnis (ein Treffer an einem Ort), auch wenn der Messwert vorher nicht festlag.
d) **Komplementarität:** Interferenzmuster und Welcher-Weg-Information schließen einander aus (Kapitel 5).

Der alte Begriff **Welle-Teilchen-Dualismus** führt leicht in die Irre, wenn man ihn als „manchmal Welle, manchmal Teilchen“ versteht. Ein Elektron verwandelt sich nicht je nach Versuch in etwas anderes. Es ist immer dasselbe Quantenobjekt; seine Wahrscheinlichkeiten werden mit Wellen berechnet, gemessen werden aber stets einzelne, lokalisierte Ereignisse.

Zur Vertiefung: **Aufgabe 111** (Drei Doppelspaltversuche, im Aufgabenskript), **Aufgabe 266** (in der Sammlung Abi-ähnlich), **Aufgabe 112** (Wahrscheinlichkeiten am Doppelspalt, im Aufgabenskript), **Aufgabe 267** (in der Sammlung Abi-ähnlich) und **Aufgabe 113** (Einzelne Photonen am Strahlteiler, im Aufgabenskript).

Ausprobieren: **Einzelne Quanten am Doppelspalt** ↗ Üben: **noctua** ↗ Einordnen: **Welle-Teilchen-Dualismus & de Broglie** ↗



5 Welcher-Weg-Information

5.1 Welcher Spalt? – Weginformation zerstört die Interferenz Abi

Das Interferenzmuster beim Doppelspalt entsteht nur, wenn beide Wege möglich sind. Was passiert, wenn man herausfinden will, durch welchen Spalt ein Quantenobjekt gegangen ist?

Experiment: Polarisationsfilter vor den Spalten

Ein Doppelspalt wird mit einzelnen Photonen beleuchtet. Vor jeden Spalt setzt man ein Polarisationsfilter.

- **Beide Filter parallel** (z. B. beide 0°): Am Polarisationszustand lässt sich nicht ablesen, welcher Spalt passiert wurde. Es entsteht das Interferenzmuster.
- **Filter gekreuzt** (0° vor Spalt 1, 90° vor Spalt 2): Jetzt verrät die Polarisation jedes Photons, durch welchen Spalt es kam. Man könnte sie hinter dem Spalt messen – und schon diese **Möglichkeit** genügt: Das Interferenzmuster verschwindet. Übrig bleibt die Summe der beiden Einzelspaltbilder.

Bemerkenswert ist, dass gekreuzte Filter die Photonen nicht stärker „stören“ als parallele – durch jeden Filter kommt gleich viel Licht. Entscheidend ist allein, ob die Information über den Weg **prinzipiell** zugänglich ist. Ob jemand sie tatsächlich ausliest, spielt keine Rolle.

Bei Elektronen kann man versuchen, die Spalte mit Licht zu beleuchten und am gestreuten Photon zu erkennen, wo das Elektron vorbeikam. Das gelingt nur, wenn die Lichtwellenlänge kleiner ist als der Spaltabstand – sonst lässt sich der Ort des Streuprozesses nicht auflösen. Solche kurzwelligen Photonen haben aber einen großen Impuls $\frac{h}{\lambda}$ und lenken die Elektronen beim Stoß so stark ab, dass das Muster verschmiert. Mit langwelligem Licht bleibt das Muster erhalten, aber man erfährt den Weg nicht. Beides zugleich ist nicht zu haben (vgl. Kapitel 6).

Ausprobieren: **Einzelne Quanten am Doppelspalt ↗** · **Mach-Zehnder-Interferometer und Quantenradierer ↗** Üben: **noctua ↗**
Einordnen: **Welle-Teilchen-Dualismus & de Broglie ↗** · **Interferometrie & Längenmessung ↗**

5.2 Das Mach-Zehnder-Interferometer Abi teilweise

Das Mach-Zehnder-Interferometer ist im Bildungsplan ein **Beispiel**. Den Aufbau muss man nicht auswendig kennen; erklären können sollte man, warum Interferenz auftritt und wie Welcher-Weg-Information sie zerstört.

Das Mach-Zehnder-Interferometer ist eine besonders klare Version des Doppelspalts: Es gibt genau zwei Wege, und an den Ausgängen stehen zwei Detektoren.

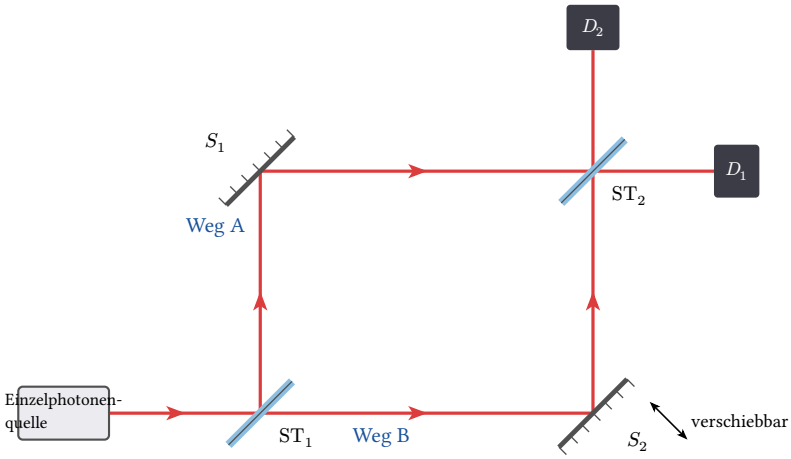


Abbildung 84: Mach-Zehnder-Interferometer. Der Strahlteiler ST_1 (halbdurchlässiger Spiegel) teilt das Licht auf Weg A und Weg B auf; über die Spiegel S_1 und S_2 werden beide Wege am Strahlteiler ST_2 wieder zusammengeführt. Hinter ST_2 stehen die Detektoren D_1 und D_2. Durch Verschieben des Spiegels S_2 lässt sich die Länge von Weg B verändern.

Mit Laserlicht zeigt das Interferometer Interferenz wie jede Anordnung mit zwei kohärenten Teilwellen: Je nach Gangunterschied der beiden Wege verteilt sich die Intensität verschieden auf D_1 und D_2. Man kann die Weglängen so einstellen, dass das gesamte Licht bei D_1 ankommt und D_2 dunkel bleibt (destruktive Interferenz). Verschiebt man S_2 so, dass sich der Gangunterschied um $\frac{\lambda}{2}$ ändert, ist es umgekehrt.

Mit einzelnen Photonen geschieht Folgendes:

- Am Strahlteiler ST_1 teilt sich ein Photon nicht auf: Stellt man direkt hinter ST_1 in beide Wege je einen Detektor, spricht in 50 % der Fälle der eine und in 50 % der andere an, **nie beide zugleich**.
- Mit dem eingestellten Interferometer (beide Wege offen) registriert D_1 **jedes** Photon und D_2 **keines**.
- Blockiert man Weg B, wird die Hälfte der Photonen dort absorbiert. Die übrigen kommen über Weg A zu ST_2 und werden dort zufällig verteilt: D_1 und D_2 registrieren je 25 % der Photonen.

Der dritte Punkt ist mit einem klassischen Teilchen, das einen der beiden Wege nimmt, nicht zu verstehen: Ein Teilchen auf Weg A könnte nicht „wissen“, ob Weg B offen oder blockiert ist – und doch erreicht ein Photon D_2 nur dann, wenn Weg B blockiert ist. Mit der Wahrscheinlichkeitsdeutung ist es einfach: Solange beide Wege möglich und ununterscheidbar sind, überlagern sich die Wellenfunktionen beider Wege, und bei D_2 löschen sie sich aus. Mit blockiertem Weg B gibt es nur noch einen Beitrag, es gibt nichts mehr auszulöschen.

Ausprobieren: **Mach-Zehnder-Interferometer und Quantenradierer** ↗ Üben: **noctua** ↗ Einordnen: **Welle-Teilchen-Dualismus & de Broglie** ↗ · **Interferometrie & Längenmessung** ↗

5.3 Polarisationsfilter im Interferometer: der Quantenradierer Abi teilweise

Wie oben: Das Prinzip ist Prüfungsstoff, der konkrete Aufbau wird in einer Aufgabe gegebenenfalls erklärt (vgl. die Abituraufgabe 2006 im Aufgabenteil).

Die Photonen der Quelle seien unter 45° polarisiert. In Weg A wird ein Polarisationsfilter mit Durchlassrichtung 0°, in Weg B eines mit 90° gestellt. Jedes Filter lässt die Hälfte der Photonen durch, die durchgelassenen sind danach 0°- bzw. 90°-polarisiert.

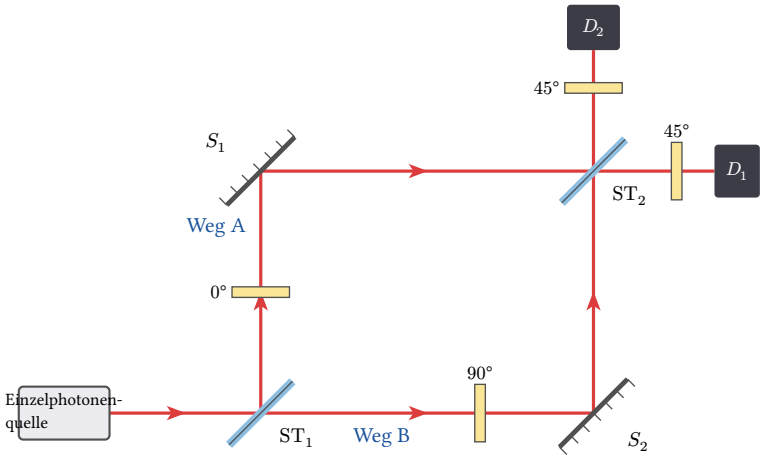


Abbildung 85: Mach-Zehnder-Interferometer mit Polarisationsfiltern in beiden Wegen (0° und 90°) und zusätzlich vor beiden Detektoren (45°, „Quantenradierer“).

- **Nur die Filter in den Wegen:** Die Polarisation eines Photons verrät nun, welchen Weg es genommen hat. Die Interferenz verschwindet; D_1 und D_2 registrieren gleich viele Photonen, unabhängig von der Stellung von S_2.
- **Zusätzlich je ein 45°-Filter vor den Detektoren:** Hinter diesen Filtern sind alle Photonen gleich polarisiert, egal über welchen Weg sie kamen. Die Weginformation ist **gelöscht** – und die Interferenz ist wieder da (bei halber Zählrate, weil die 45°-Filter wiederum die Hälfte absorbieren).

Dieser Effekt heißt **Quantenradierer**. Er zeigt besonders deutlich: Nicht eine mechanische Störung der Photonen zerstört die Interferenz, sondern die verfügbare Information über den Weg.

Ausprobieren: **Mach-Zehnder-Interferometer und Quantenradierer** ↗ Üben: **noctua** ↗ Einordnen: **Interferometrie & Längenmessung** ↗ · **Welle-Teilchen-Dualismus & de Broglie** ↗

5.4 Komplementarität Abi

Merksatz

Komplementarität (Bildungsplan 3.6.6 (6)): Quantenobjekte haben stets Wellen- und Teilcheneigenschaften, diese lassen sich aber nicht unabhängig voneinander beobachten.

- Gibt es keine Möglichkeit, den Weg festzustellen, tritt Interferenz auf.
- Ist der Weg (prinzipiell) feststellbar, tritt keine Interferenz auf.
- Teilweise Weginformation führt zu einem Muster mit geringerem Kontrast: Die Minima werden nicht mehr ganz dunkel.

Ausprobieren: **Mach-Zehnder-Interferometer und Quantenradierer** ↗ Üben: **noctua** ↗ Einordnen: **Interferometrie & Längenmessung** ↗ · **Welle-Teilchen-Dualismus & de Broglie** ↗

5.5 Verschränkung und das quantenphysikalische Weltbild IQB-Pool

Die Bildungsstandards verlangen (erhöhtes Niveau), das quantenphysikalische Weltbild mit den Begriffen **Realität, Lokalität, Kausalität und Determinismus** zu beschreiben – qualitativ, ohne Bellsche Ungleichung. Determinismus und Bahn sind ohnehin Prüfungsstoff (Kapitel 4 und 6).

Die Photonenpaarquelle aus Abschnitt 4.3 kann man so einstellen, dass die beiden Photonen eines Paars in einem **gemeinsamen** Zustand entstehen: Misst man an beiden die Polarisation in derselben Richtung, finden beide immer dasselbe Ergebnis – mal beide 0°, mal beide 90°, zufällig verteilt. Welches der beiden Ergebnisse herauskommt, steht vor der Messung nicht fest. Solche Quantenobjekte heißen **verschränkt**. Die Übereinstimmung bleibt bestehen, wenn die beiden Photonen viele Kilometer voneinander entfernt gemessen werden.

Klassisch würde man sagen: Die Photonen haben ihre Polarisation von Anfang an „mitbekommen“, wie zwei Handschuhe eines Paars, von denen man einen nach Rom und einen nach Berlin schickt. Hinter diesem Bild stehen zwei Annahmen:

- **Realität:** Messgrößen haben ihre Werte schon vor der Messung, unabhängig davon, ob und was gemessen wird. Die Messung liest sie nur ab.
- **Lokalität:** Was an einem Ort gemessen wird, kann das Ergebnis an einem weit entfernten Ort nicht augenblicklich beeinflussen. Wirkungen breiten sich höchstens mit Lichtgeschwindigkeit aus.

Einstein, Podolsky und Rosen schlossen 1935 aus diesen beiden Annahmen, die Quantenphysik sei unvollständig: Es müsse verborgene Eigenschaften geben, die das Ergebnis vorher festlegen. John Bell zeigte 1964, dass sich diese Vorstellung prüfen lässt. Misst man die beiden Photonen in **verschiedenen** Polarisationsrichtungen, sagt jede Theorie mit Realität und Lokalität schwächere Übereinstimmungen voraus als die Quantenphysik. Die Experimente (Aspect 1982, Zeilinger und andere; Nobelpreis 2022 an Aspect, Clauser und Zeilinger) bestätigen die Quantenphysik. Mindestens eine der beiden Annahmen trifft also für Quantenobjekte nicht zu.

Eine Nachricht lässt sich mit verschränkten Photonen trotzdem nicht schneller als mit Licht übertragen: Jedes einzelne Messergebnis ist zufällig. Die Übereinstimmung erkennt man erst, wenn man die Messprotokolle beider Orte auf gewöhnlichem Weg vergleicht. Darauf beruht die **Quantenkryptografie**: Zwei Partner erzeugen aus verschränkten Photonen einen gemeinsamen, zufälligen Schlüssel. Ein Lauscher müsste die Photonen messen und würde dabei die Übereinstimmungen stören – er verrät sich.

Merksatz

Quantenphysikalisches Weltbild:

- **Determinismus:** Das einzelne Messergebnis ist zufällig und nicht vorherbestimmt. Determiniert sind die Wahrscheinlichkeiten – sie hängen nur von der Versuchsanordnung ab.
- **Kausalität:** Die Versuchsbedingungen legen die Verteilung der Ergebnisse fest. Ein einzelnes Ergebnis hat aber keine Ursache in einer verborgenen Eigenschaft. Signale breiten sich auch mit verschränkten Objekten höchstens mit Lichtgeschwindigkeit aus.
- **Realität:** Messgrößen wie Ort, Weg oder Polarisation haben vor der Messung im Allgemeinen keinen festen Wert, den man nur nicht kennt (vgl. „Welcher Spalt?“ ohne Weginformation).
- **Lokalität:** Verschränkte Quantenobjekte bilden auch weit voneinander entfernt **ein** System. Ihre Übereinstimmungen lassen sich nicht durch Eigenschaften erklären, die jedes Objekt für sich mitbringt.

Zur Vertiefung: **Aufgabe 114** (Weginformation am Doppelspalt, im Aufgabenskript), **Aufgabe 115** (Mach-Zehnder mit einzelnen Photonen, im Aufgabenskript), **Aufgabe 268** (in der Sammlung Abi-ähnlich), **Aufgabe 269** (in der Sammlung Abi-ähnlich) und **Aufgabe 116** (Verschränkte Photonen, im Aufgabenskript).

> Ausprobieren: **Mach-Zehnder-Interferometer und Quantenradierer** ↗ Üben: **noctua** ↗ Einordnen: **Interferometrie & Längenmessung** ↗ · **Welle-Teilchen-Dualismus & de Broglie** ↗



6 Die Heisenbergsche Unbestimmtheitsrelation

6.1 Ortsmessung am Einzelspalt Abi

Ein Strahl von Quantenobjekten (z. B. Elektronen) mit dem Impuls p laufe in z-Richtung. Er sei so präpariert, dass die Objekte **keinen** Impuls quer zur Strahlrichtung haben: $p_x = 0$, die Impulsunbestimmtheit ist $\Delta p_x = 0$. Dafür ist völlig unbestimmt, wo genau quer zum Strahl sich ein Objekt befindet – der Strahl ist breit.

Nun stellt man einen Spalt der Breite b in den Strahl. Jedes Objekt, das den Spalt passiert, ist danach in x-Richtung auf den Bereich $\Delta x = b$ festgelegt. Das ist eine Ortsmessung. Hinter dem Spalt beobachtet man aber das Beugungsbild des Einzelspalts: Die Objekte fliegen in verschiedene Richtungen weiter, haben also einen **Querimpuls** bekommen.

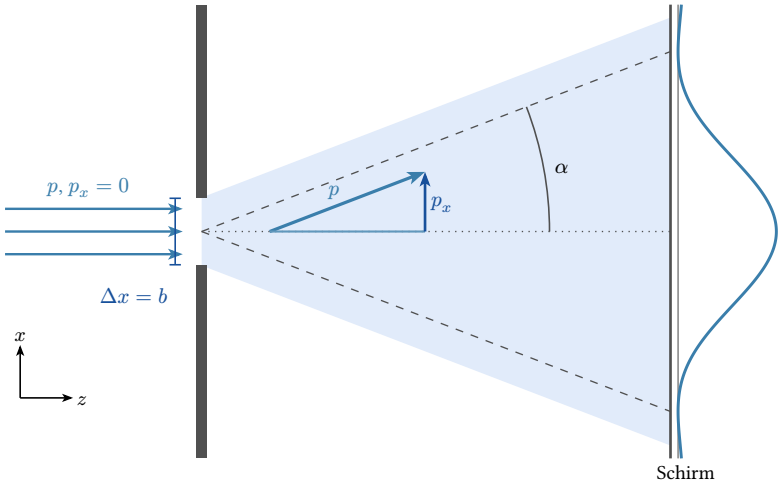


Abbildung 86: Einzelspalt als Ortsmessung. Vor dem Spalt ist $p_x = 0$. Der Spalt legt den Ort quer zum Strahl auf $\Delta x = b$ fest. Dahinter verteilen sich die Auftrefforte über das Hauptmaximum (rechts die berechnete Verteilung); ein Objekt, das unter dem Winkel α zum ersten Minimum fliegt, hat den Querimpuls $p_x = p \cdot \sin(\alpha)$.

Die meisten Objekte landen im Hauptmaximum, also zwischen den beiden ersten Minima. Für das erste Minimum gilt (Skript Wellenoptik) $\sin(\alpha) = \frac{\lambda}{b}$. Ein Objekt, das in diese Richtung fliegt, hat den Querimpuls

$$p_x = p \cdot \sin(\alpha) = \frac{h}{\lambda} \cdot \frac{\lambda}{b} = \frac{h}{b}.$$

Die Querimpulse streuen also mindestens im Bereich $\Delta p_x \approx \frac{h}{b}$. Mit $\Delta x = b$ folgt

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \approx h.$$

Macht man den Spalt schmaler, um den Ort genauer festzulegen, wird das Beugungsbild breiter – die Querimpulse streuen stärker. Ortsfestlegung und Impulsfestlegung behindern einander.

Merksatz

Heisenbergsche Unbestimmtheitsrelation: Für die Unbestimmtheiten von Ort und Impuls in derselben Richtung gilt

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq h.$$

Es gibt keinen Zustand eines Quantenobjekts, in dem Ort und Impuls zugleich beliebig genau festgelegt sind. Je genauer der eine Wert festgelegt ist, desto größer ist die Streuung des anderen.

So steht die Relation im Bildungsplan. Die Formelsammlung nennt die schärfere Form $\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{h}{4\pi}$ (siehe unten). Gibt eine Aufgabe eine Form vor, rechnet man mit dieser; sonst schreibt man dazu, welche Form man benutzt.

Ausprobieren: **Unbestimmtheit am Einzelspalt ↗** · **Wellenpaket ↗** Üben: **noctua ↗** Einordnen: **Heisenbergsche Unbestimmtheitsrelation ↗** · **Dispersion, Gruppengeschwindigkeit & Wellenleiter ↗**

6.2 Was die Unbestimmtheitsrelation bedeutet – und was nicht Abi

Die Unbestimmtheitsrelation ist **keine Aussage über ungenaue Messgeräte**. Man kann den Ort eines Elektrons in einer einzelnen Messung beliebig genau bestimmen. Die Relation sagt etwas über die **Präparation**: Bereitet man viele

Elektronen auf dieselbe Weise vor und misst an der einen Hälfte den Ort, an der anderen den Impuls, so streuen die Messwerte mindestens so, dass das Produkt der Streuungen die Größenordnung h erreicht.

Deshalb spricht man heute lieber von **Unbestimmtheit** als von „Unschärfe“ oder „Ungenauigkeit“: Ort und Impuls **haben** vor der Messung keine gleichzeitig festen Werte, die man nur nicht kennt.

Genauere Formulierung

Definiert man Δx und Δp_x als Standardabweichungen der Messwerte, lautet die schärfste Form $\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{h}{4\pi}$. **So steht sie in der Formelsammlung.** Der Bildungsplan und die bisherigen Abituraufgaben aus Baden-Württemberg verwenden die einfachere Abschätzung $\Delta x \cdot \Delta p_x \geq h$, die sich am Einzelspalt direkt ergibt. Bei einer groben Abschätzung kommt es auf den Faktor $4\pi \approx 12{,}6$ meist nicht an. Wird ein Zahlenwert verlangt, ändert er das Ergebnis aber um etwa eine Zehnerpotenz – deshalb immer angeben, mit welcher Form man rechnet. Über den Bildungsplan hinaus geht eine ähnliche Beziehung zwischen Energie und Zeit, $\Delta E \cdot \Delta t \geq h$ (Formelsammlung: $\geq \frac{h}{4\pi}$): Ein angeregtes Atom, das im Mittel nur 10^{-8} s in seinem Zustand bleibt, sendet kein Licht mit exakt einer Frequenz aus, sondern mit einer Frequenzbreite von etwa 10^{8} Hz (natürliche Linienbreite).

Typischer Fehler

Falsch: „Die Unbestimmtheitsrelation beschreibt Messfehler; mit besseren Geräten ließe sie sich umgehen.“

Richtig: Sie ist eine prinzipielle Eigenschaft von Quantenobjekten: Es gibt keinen Zustand, in dem Ort und Impuls zugleich beliebig scharf festgelegt sind. Sie macht eine Aussage über die Streuung vieler gleich präparierter Messungen.

Ausprobieren: **Unbestimmtheit am Einzelspalt** ↗ Üben: **noctua** ↗ Einordnen: **Heisenbergsche Unbestimmtheitsrelation** ↗

6.3 Abschied von der Bahn und vom Determinismus Abi

In der klassischen Mechanik bewegt sich ein Körper auf einer **Bahn**: Zu jedem Zeitpunkt hat er einen bestimmten Ort und eine bestimmte Geschwindigkeit. Kennt man beide zu einem Zeitpunkt (und die Kräfte), lässt sich die Bahn für alle Zeiten berechnen. Pierre-Simon Laplace stellte sich um 1800 eine Intelligenz vor, die Ort und Geschwindigkeit aller Teilchen der Welt kennt und damit die gesamte Zukunft vorausberechnen könnte – der Inbegriff des Determinismus.

Für Quantenobjekte bricht diese Vorstellung an zwei Stellen zusammen:

- Ort und Impuls sind nach der Unbestimmtheitsrelation **nicht gleichzeitig** festgelegt. Damit gibt es auch keine Bahn, die zu jedem Zeitpunkt beide angibt. Die Frage, auf welchem Weg ein Elektron durch den Doppelspalt kam, hat ohne Weginformation keine Antwort.
- Selbst bei bestmöglicher Präparation sind einzelne Messergebnisse nur mit Wahrscheinlichkeiten vorhersagbar (Kapitel 4).

Beispiel 12

Elektron im Atom: Ein Atom hat einen Durchmesser von etwa 10^{-10} m. Ein Elektron darin ist also auf $\Delta x \approx 10^{-10}$ m festgelegt. Dann gilt

$$\Delta p_x \geq \frac{h}{\Delta x} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{J s}}{10^{-10}\ \text{m}} = 6{,}6 \cdot 10^{-24}\ \frac{\text{kg m}}{\text{s}}, \quad \Delta v_x = \frac{\Delta p_x}{m_e} \approx 7 \cdot 10^{6}\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Die Geschwindigkeit des Elektrons ist also um mehrere Millionen Meter pro Sekunde unbestimmt – das ist sogar mehr als die Geschwindigkeit von rund $2 \cdot 10^{6}\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, die ihm das Bohrsche Modell im Wasserstoffatom zuschreibt. Eine Kreisbahn wie bei einem Planeten ist sinnlos.

Fußball: Ein Ball ($m = 0{,}43$ kg), dessen Ort auf $\Delta x = 1$ µm genau festliegt, hat eine Geschwindigkeitsunbestimmtheit von $\Delta v_x \geq \frac{h}{m \Delta x} \approx 1{,}5 \cdot 10^{-27}\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Das ist völlig unmessbar – für Fußbälle bleibt die Bahn ein ausgezeichnetes Modell.

Und die Spuren in der Nebelkammer?

In einer Nebelkammer hinterlassen schnelle Elektronen Spuren, die wie Bahnen aussehen. Das ist kein Widerspruch: Jedes Tröpfchen der Spur ist eine **grobe** Ortsmessung (Tröpfchengröße etwa 1 µm). Bei einem Elektron mit großem Impuls ist die zugehörige Impulsunbestimmtheit winzig im Vergleich zum Impuls selbst. Die Spur ist also eine Folge ungenauer Ortsmessungen, keine Bahn im strengen Sinn.

Zur Vertiefung: **Aufgabe 117** (Elektronen am Einzelspalt, im Aufgabenskript), **Aufgabe 118** (Abschätzungen mit der Unbestimmtheitsrelation, im Aufgabenskript), **Aufgabe 119** (Elektronen im Atomkern?, im Aufgabenskript) und **Aufgabe 120** (Bahn und Spur, im Aufgabenskript).

> Ausprobieren: **Unbestimmtheit am Einzelspalt** ↗ · **Bohrsches Atommodell** ↗ Üben: **noctua** ↗ Einordnen: **Heisenbergsche Unbestimmtheitsrelation** ↗ · **Atommodelle, Franck-Hertz & Spektren** ↗



7 Quantenphysik der Atome

> Der Bildungsplan 3.6.6 enthält keine Atomphysik. Die mit IQB-Pool markierten Abschnitte stehen aber in den Bildungsstandards und können über eine Poolaufgabe ins Abitur kommen. 2026 war das so: Eine Aufgabe verlangte, die Entstehung eines Linienspektrums mit einem Energieniveauschema zu erläutern und die Absorptionslinien im Sonnenspektrum zu erklären. Franck-Hertz-Versuch und Tunneleffekt bleiben Ausblick. Bis 2020 gehörte die Atomphysik in Baden-Württemberg zum Abiturstoff, ältere Abituraufgaben eignen sich deshalb zum Üben.

7.1 Linienspektren IQB-Pool

Ein heißer Festkörper – der Glühdraht einer Lampe, das Innere der Sonne – sendet ein **kontinuierliches** Spektrum aus (Abschnitt 1.8). Ein leuchtendes Gas unter geringem Druck dagegen sendet nur Licht ganz bestimmter Wellenlängen aus: Im Gitterspektrometer sieht man einzelne farbige Linien auf dunklem Grund, ein **Emissionsspektrum**. Zum Leuchten bringt man das Gas durch Energiezufuhr, etwa in einer Gasentladungsröhre (Stöße mit beschleunigten Elektronen) oder in einer heißen Flamme. Jedes Element hat sein eigenes **Linienspektrum**, einen „Fingerabdruck“, an dem man es erkennen kann (Spektralanalyse, Bunsen und Kirchhoff 1859).

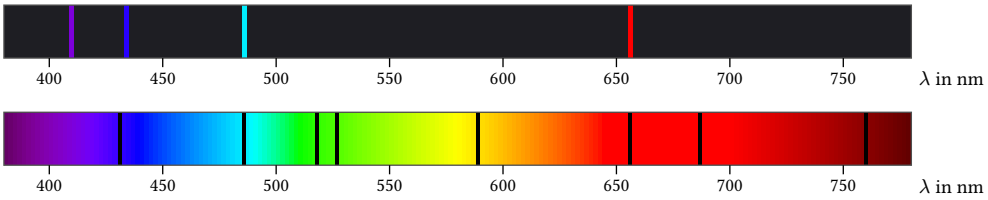


Abbildung 87: Oben: Emissionsspektrum von Wasserstoff im sichtbaren Bereich (Balmer-Linien bei 656, 486, 434 und 410 nm). Unten: Auswahl der dunklen Fraunhofer-Linien im Sonnenspektrum, unter anderem Wasserstoff bei 656 und 486 nm, Natrium bei 589 nm sowie Sauerstoff der Erdatmosphäre bei 687 und 760 nm.

Schickt man weißes Licht durch ein kühleres Gas, fehlen im Spektrum genau die Linien, die das Gas beim Leuchten aussenden würde: Es absorbiert dieselben Wellenlängen, die es emittiert. Man sieht ein **Absorptionsspektrum** – dunkle Linien im farbigen Kontinuum.

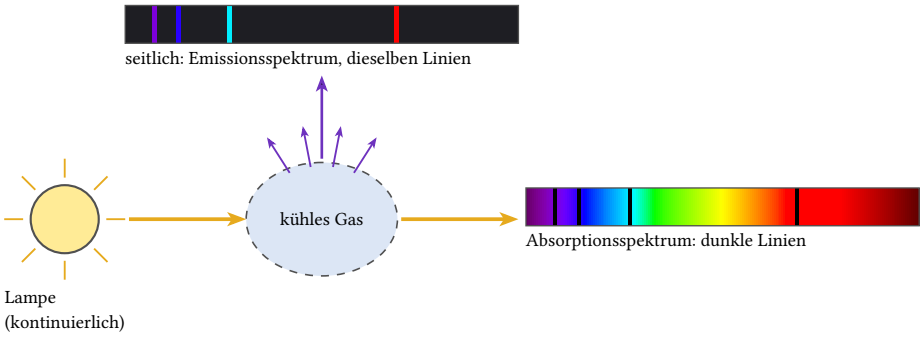


Abbildung 88: Emission und Absorption an demselben Gas (hier Wasserstoff). In Durchstrahlungsrichtung fehlen im kontinuierlichen Spektrum der Lampe die Wellenlängen, die das Gas absorbiert. Von der Seite gesehen leuchtet das Gas genau in diesen Wellenlängen.

> Ausprobieren: **Linienspektren und Energieniveaus** ↗ Üben: **noctua** ↗ Einordnen: **Atommodelle, Franck-Hertz & Spektren** ↗ · **Gitterspektroskopie & Auflösungsvermögen** ↗

7.2 Energieniveaus: Emission und Absorption IQB-Pool

Warum senden Atome nur bestimmte Wellenlängen aus? Die Antwort liefert das Photonenmodell zusammen mit einer neuen Annahme über die Atome: Ein Atom kann nur bestimmte, für das Element charakteristische Energien haben, seine **Energieniveaus** E_1, E_2, E_3, … Man zeichnet sie als waagrechte Striche in einem **Energieniveauschema**. Das niedrigste Niveau E_1 ist der **Grundzustand**, in dem sich ein ungestörtes Atom befindet; die höheren heißen **angeregte Zustände**. Oberhalb einer Grenze ist das Elektron nicht mehr gebunden, das Atom ist ionisiert.

Merksatz

Emission: Ein angeregtes Atom geht nach kurzer Zeit (typisch 10^{-8} s) in ein tieferes Niveau über und sendet dabei **ein** Photon aus. Dessen Energie ist genau die Differenz der beiden Niveaus:

$$hf = E_m - E_n \quad (m > n)$$

Absorption: Ein Atom kann ein Photon nur dann absorbieren, wenn dessen Energie **genau** einer Differenz zwischen seinem momentanen Niveau und einem höheren Niveau entspricht. Photonen anderer Energie gehen ungehindert hindurch.

Weil die Niveaus diskret sind, gibt es nur bestimmte Energiedifferenzen – also ein **Linienspektrum**. Weil jedes Element andere Niveaus hat, hat es andere Linien. Emission und Absorption gehören zu denselben Übergängen, deshalb liegen Emissions- und Absorptionslinien eines Gases an denselben Stellen.

Anregen kann man ein Atom auf zwei Wegen: durch Absorption eines passenden Photons oder durch einen Stoß, etwa mit einem schnellen Elektron in der Gasentladungsröhre oder mit anderen Atomen in einer heißen Flamme. Beim Stoß muss die Energie nicht genau passen – das stoßende Teilchen behält den Rest als Bewegungsenergie. Bei der Absorption eines Photons muss sie genau passen, weil das Photon seine Energie nur ganz oder gar nicht abgibt.

Für das Wasserstoffatom kann man die Niveaus berechnen (Formelsammlung, „Energieniveaus des Wasserstoffatoms“):

$$E_n = -13{,}6\ \text{eV} \cdot \frac{1}{n^2}\ , \quad n = 1,\ 2,\ 3,\ \ldots$$

Der Nullpunkt ist so gewählt, dass $E = 0$ einem gerade eben vom Kern gelösten Elektron entspricht; gebundene Zustände haben negative Energie. Im Grundzustand ($n = 1$) braucht man 13,6 eV, um das Atom zu ionisieren. Beim Übergang von E_m nach E_n wird ein Photon der Energie

$$hf = E_m - E_n = 13{,}6\ \text{eV} \cdot \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right)$$

ausgesandt. Die Übergänge, die im selben Niveau enden, bilden eine **Serie**.

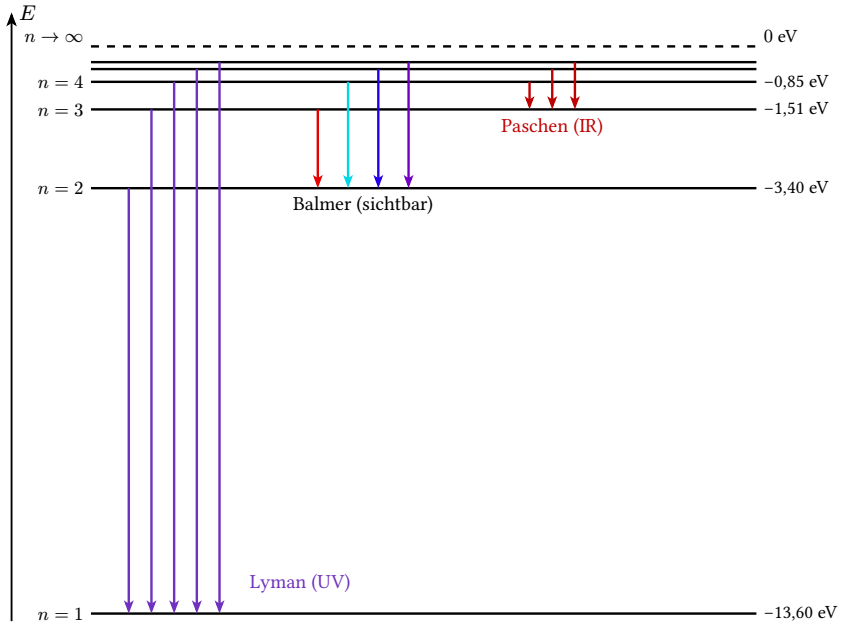


Abbildung 89: Energieniveauschema des Wasserstoffatoms (maßstäblich) mit Übergängen der Lyman-Serie (ins Niveau $n = 1$, ultraviolett), der Balmer-Serie (nach $n = 2$, die vier sichtbaren Linien farbig) und der Paschen-Serie (nach $n = 3$, infrarot).

Beispiel 13

Rote Balmer-Linie ($m = 3 \to n = 2$): $hf = 13{,}6\ \text{eV} \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9}\right) = 1{,}89\ \text{eV}$, also $\lambda = \frac{hc}{hf} \approx \frac{1243\ \text{nm eV}}{1{,}89\ \text{eV}} \approx 658\ \text{nm}$. Der genaue Messwert ist 656 nm; die Abweichung kommt von den gerundeten Konstanten.

Typischer Fehler

Falsch: Als Photonenenergie die Energie des Ausgangsniveaus nehmen, etwa $E_3 = -1{,}51$ eV.

Richtig: Das Photon trägt die **Differenz** der beiden Niveaus: $hf = E_m - E_n$. Für den Übergang $3 \to 2$ beim Wasserstoff: $-1{,}51\ \text{eV} - (-3{,}40\ \text{eV}) = 1{,}89$ eV.

Ausprobieren: **Linienspektren und Energieniveaus** ↗ · **Franck-Hertz-Versuch** ↗ · **Elektron im Potentialtopf** ↗ · **Wasserstoffatom: Orbitale** ↗ · **Laser** ↗ · **Bohrsches Atommodell** ↗ Üben: **noctua** ↗ Einordnen: **Atommodelle, Franck-Hertz & Spektren** ↗ · **Gitterspektroskopie & Auflösungsvermögen** ↗

7.3 Fraunhofer-Linien: Absorption im Sonnenlicht IQB-Pool

Joseph von Fraunhofer entdeckte 1814 Hunderte dunkler Linien im Sonnenspektrum. Ihre Entstehung erklärt das Energieniveauschema:

- Das Innere der Sonne (die Photosphäre) sendet wie ein heißer Körper ein kontinuierliches Spektrum aus.
- Das Licht durchquert die kühleren, gasförmigen äußeren Schichten der Sonne. Deren Atome absorbieren genau die Photonen, deren Energie zu einem ihrer Übergänge passt, und werden dabei angeregt.
- Die angeregten Atome geben die Energie zwar wieder ab, aber **in alle Richtungen** (und teils über andere Übergänge, also bei anderen Wellenlängen). In der ursprünglichen Richtung zur Erde fehlt deshalb Licht dieser Wellenlängen: Es entsteht eine dunkle Linie. Ganz schwarz ist sie nicht, denn ein kleiner Teil wird auch in Richtung Erde wieder ausgesandt.

Aus der Lage der Linien weiß man, welche Elemente es in der Sonnenatmosphäre gibt – Helium wurde 1868 an einer bis dahin unbekannten Spektrallinie im Sonnenlicht entdeckt, Jahrzehnte bevor man es auf der Erde fand.

Einige Linien entstehen gar nicht auf der Sonne, sondern erst in der **Erdatmosphäre**: Die Fraunhofer-Linien A (760 nm) und B (687 nm) stammen vom Sauerstoff der Luft. Man erkennt sie daran, dass sie bei tief stehender Sonne stärker werden, weil das Licht dann einen längeren Weg durch die Atmosphäre zurücklegt.

Warum absorbiert Wasserstoff in der Sonne sichtbares Licht?

Die sichtbaren Wasserstofflinien (Balmer-Serie) gehören zu Übergängen, die im Niveau $n = 2$ beginnen bzw. enden. Kaltes Wasserstoffgas im Labor absorbiert sie nicht: Fast alle Atome sind im Grundzustand $n = 1$ und können nur Photonen der Lyman-Serie (UV) aufnehmen. In der Sonnenatmosphäre ist es dagegen einige tausend Kelvin heiß. Durch Stöße ist dort ein kleiner Teil der Atome im Niveau $n = 2$ – bei der riesigen Menge an Wasserstoff genug für deutliche Balmer-Absorptionslinien.

Ausprobieren: **Linienspektren und Energieniveaus** ↗ Üben: **noctua** ↗ Einordnen: **Gitterspektroskopie & Auflösungsvermögen** ↗ · **Atommodelle, Franck-Hertz & Spektren** ↗

7.4 Ein quantenmechanisches Atommodell IQB-Pool

Verlangt ist eine **qualitative** Betrachtung: Was beschreibt die Wellenfunktion im Atom, und warum gibt es diskrete Energieniveaus? Rechnungen dazu gibt es nicht.

Niels Bohr erklärte die Wasserstoffniveaus 1913 mit einem Modell, in dem das Elektron den Kern auf bestimmten erlaubten Kreisbahnen umläuft. Das Modell liefert für Wasserstoff die richtigen Energien, ist aber in seinen Grundannahmen falsch: Bahnen gibt es nach der Unbestimmtheitsrelation nicht (Abschnitt 6.3), und schon für Helium versagt es.

Die Quantenphysik beschreibt das Elektron im Atom wie jedes Quantenobjekt durch eine **Wellenfunktion** ψ. Weil es an den Kern gebunden ist, sind nur bestimmte **stehende** Wellen möglich – ähnlich wie auf einer eingespannten Saite nur bestimmte Eigenschwingungen auftreten. Jede dieser stationären Wellenfunktionen gehört zu einer festen Energie. Daher kommen die diskreten Niveaus, ganz ohne Bahnen.

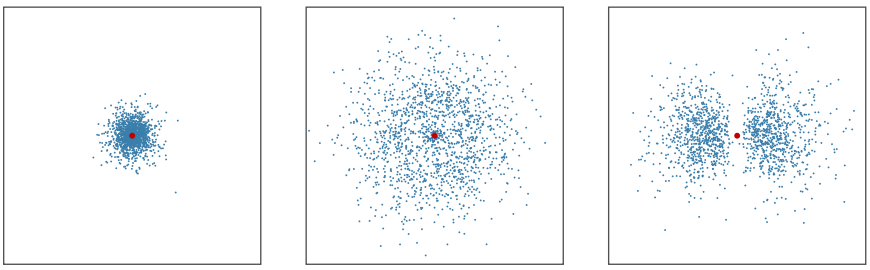


Abbildung 90: Antreffwahrscheinlichkeit des Elektrons im Wasserstoffatom für drei Zustände (alle im selben Maßstab, Bildbreite 24 Bohrsche Radien ≈ 1,3 nm; roter Punkt: Kern). Jeder Punkt ist ein möglicher Messort, gezogen aus der Verteilung $|\psi|^2$. Im Grundzustand 1s ist das Elektron meist nah am Kern zu finden, im angeregten Zustand 2s weiter außen, im Zustand 2p in zwei Bereichen beiderseits des Kerns.

Merksatz

Quantenmechanisches Atommodell (qualitativ):

- Das Elektron hat im Atom keine Bahn. Sein Zustand wird durch eine stehende Wellenfunktion ψ beschrieben; $|\psi|^2$ gibt an, mit welcher Wahrscheinlichkeit es bei einer Ortsmessung in einem Bereich gefunden wird („Orbital“, „Elektronenwolke“).
- Nur bestimmte stehende Wellen sind möglich, jede mit einer festen Energie. Daraus folgen die diskreten Energieniveaus und damit die Linienspektren.
- In einem solchen stationären Zustand ändert sich die Verteilung nicht mit der Zeit, das Atom strahlt nicht. Licht wird nur beim Übergang zwischen zwei Zuständen ausgesandt oder absorbiert.

Ausprobieren: **Elektron im Potentialtopf** ↗ · **Schrödingergleichung** ↗ · **Wasserstoffatom: Orbitale** ↗ · **Bohrsches Atommodell** ↗ Üben: **noctua** ↗ Einordnen: **Wasserstoffatom & Orbitale** ↗ · **Quantenobjekt im Potentialtopf** ↗

7.5 Ein Elektron im Potentialtopf IQB-Pool

In den Bildungsstandards auf erhöhtem Niveau: „Modell des eindimensionalen Potenzialtopfs und seine Grenzen“. Die Formeln E_n und $\lambda_n = \frac{2L}{n}$ stehen in der Formelsammlung.

Das einfachste Modell für ein gebundenes Quantenobjekt ist der **unendlich tiefe Potentialtopf**: Ein Elektron kann sich nur in einem Bereich der Länge L aufhalten, etwa entlang eines langgestreckten Farbstoffmoleküls. Die Wellenfunktion muss an den Wänden verschwinden – wie eine stehende Welle auf einer eingespannten Saite. Es passen also nur Wellen mit $L = \frac{n \cdot \lambda}{2}$ in den Topf. Mit $p = \frac{h}{\lambda} = \frac{nh}{2L}$ und $E = \frac{p^2}{2m}$ folgt:

$$E_n = n^2 \cdot \frac{h^2}{8mL^2}\ , \quad n = 1,\ 2,\ 3,\ \ldots$$

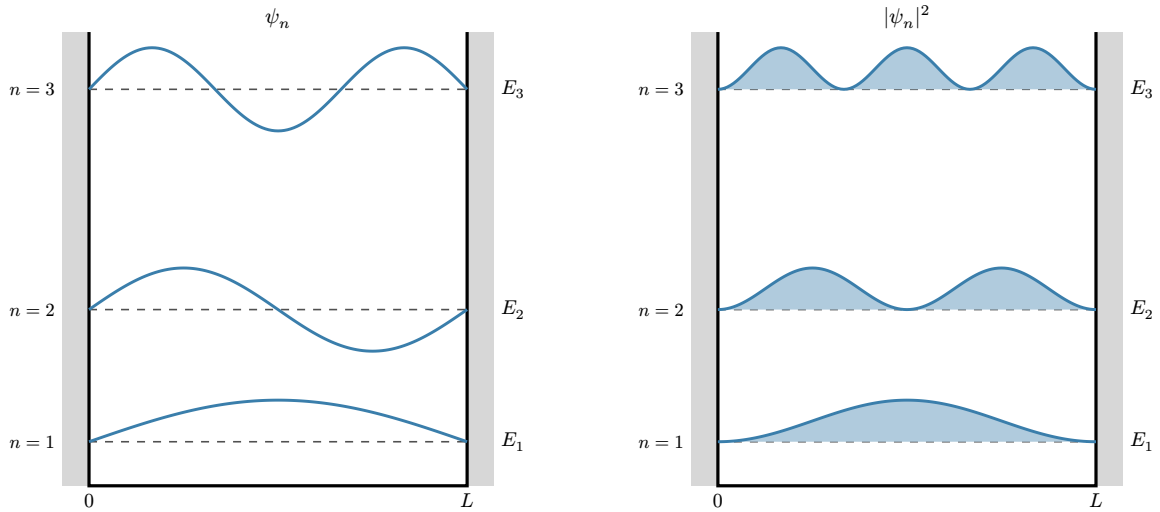


Abbildung 91: Die drei niedrigsten Zustände im unendlich tiefen Potentialtopf, jeweils auf der Höhe ihres Energieniveaus gezeichnet ($E_n = n^2 E_1$, maßstäblich). Links die Wellenfunktion ψ_n, rechts die Antreffwahrscheinlichkeit $|\psi_n|^2$: Im Zustand $n = 2$ wird das Elektron nie in der Mitte des Topfes gefunden.

Folgerungen: Die Energie ist **gequantelt**, und die niedrigste Energie E_1 ist nicht null. Ein eingesperrtes Quantenobjekt kann nie ganz ruhen – eine direkte Folge der Unbestimmtheitsrelation (Ort auf L festgelegt, also Impuls unbestimmt). Je kleiner der Topf, desto größer die Energieabstände. Bei Farbstoffmolekülen mit einer Länge von rund 1 nm liegen sie im Bereich sichtbarer Photonenenergien: Daher kommt ihre Farbe.

Merksatz

Grenzen des Potentialtopf-Modells:

- **Unendlich hohe Wände** gibt es nicht. Bei endlich hohen Wänden dringt die Wellenfunktion ein Stück in die Wand ein; die Energien werden etwas kleiner, und das Objekt kann die Wand sogar durchtunneln (Abschnitt Tunneleffekt).
- Das Modell ist **eindimensional**; ein Atom ist dreidimensional.
- Im Atom hat die potentielle Energie nicht die Form eines Kastens, sondern fällt zum Kern hin ab (Coulomb-Feld). Deshalb wachsen die Niveauabstände im Topf mit n ($E_n \sim n^2$), im Wasserstoffatom werden sie dagegen nach oben immer kleiner ($E_n \sim -\frac{1}{n^2}$).
- Mehrere Elektronen in einem Topf stoßen sich ab; das Modell vernachlässigt diese Wechselwirkung.

Ausprobieren: **Elektron im Potentialtopf** ↗ · **Schrödingergleichung** ↗ · **Quanten-Box** ↗ Üben: **noctua** ↗ Einordnen: **Quantenobjekt im Potentialtopf** ↗ · **Schrödingergleichung** ↗

7.6 Der Franck-Hertz-Versuch Zusatz · nicht Abi

Dass Atome Energie nur in festen Portionen aufnehmen, zeigten James Franck und Gustav Hertz 1914 ganz ohne Licht. In einer Röhre mit Quecksilberdampf werden Elektronen von einer Glühkathode K zu einem Gitter G hin beschleunigt (Spannung U_B). Zwischen Gitter und Auffänger A liegt eine kleine Gegenspannung. Gemessen wird der Strom I zum Auffänger.

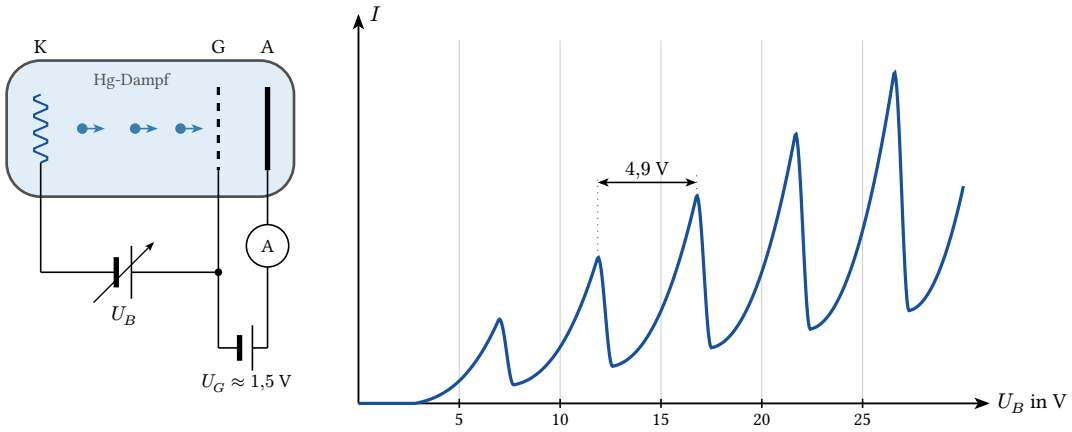


Abbildung 92: Franck-Hertz-Versuch mit Quecksilber: Aufbau (links) und Auffängerstrom in Abhängigkeit von der Beschleunigungsspannung (rechts, qualitativ). Die Maxima liegen im Abstand von 4,9 V; das erste liegt wegen der Kontaktspannung zwischen den Elektrodenmetallen etwas höher.

Solange die Elektronen weniger als 4,9 eV haben, stoßen sie elastisch mit den Quecksilberatomen und verlieren dabei kaum Energie; der Strom steigt mit U_B. Erreichen sie vor dem Gitter 4,9 eV, können sie ein Atom anregen und geben dabei genau diese Energie ab. Danach schaffen sie die Gegenspannung nicht mehr, der Strom bricht ein. Bei $2 \cdot 4{,}9$ V kann ein Elektron zweimal anregen, und so fort. Die angeregten Atome senden die Energie als UV-Photon wieder aus: $\lambda = \frac{hc}{4{,}9\ \text{eV}} \approx 254$ nm – genau diese Linie findet man im Spektrum.

7.7 Der Tunneleffekt Zusatz · nicht Abi

Trifft ein klassisches Teilchen auf eine Energiebarriere, die höher ist als seine Energie, wird es reflektiert. Ein Quantenobjekt kann die Barriere mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit **durchtunneln**: Seine Wellenfunktion klingt in der Barriere zwar exponentiell ab, ist hinter einer dünnen Barriere aber nicht null.

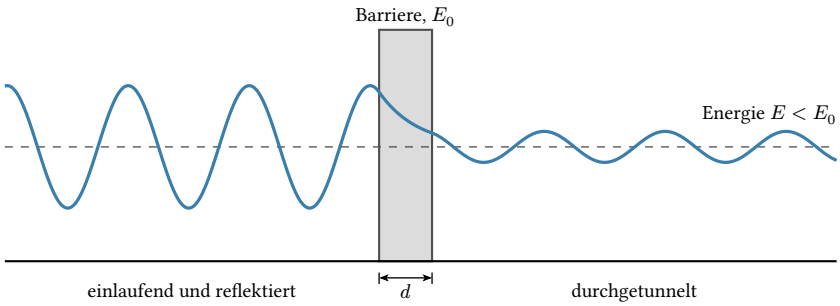


Abbildung 93: Tunneleffekt (schematisch, Wellenfunktion an beiden Barrierenrändern stetig und knickfrei angesetzt). In der Barriere klingt die Wellenfunktion ab; dahinter läuft eine Welle mit kleinerer Amplitude weiter. Je kleiner diese Amplitude, desto seltener wird ein Objekt hinter der Barriere nachgewiesen.

Die Tunnelwahrscheinlichkeit sinkt sehr schnell mit der Breite und der Höhe der Barriere. Der Effekt erklärt den Alphazerfall von Atomkernen und die Kernfusion in der Sonne. Technisch genutzt wird er im **Rastertunnelmikroskop**: Eine feine Metallspitze wird bis auf weniger als einen Nanometer an eine Oberfläche herangeführt; der Tunnelstrom über die Lücke reagiert so empfindlich auf den Abstand, dass sich einzelne Atome abbilden lassen. Auch Flash-Speicher (USB-Sticks, SSDs) speichern Daten mit Elektronen, die durch eine dünne Isolierschicht tunneln.

7.8 Der Laser IQB-Pool

> Im Abitur 2026 sollten die Eigenschaften von Laserlicht **mit dem Photonenmodell** erläutert werden (Merkkasten unten). Besetzungsinversion und Resonator gehen darüber hinaus.

Ein Atom im angeregten Zustand kann ein Photon **spontan** aussenden – zu einem zufälligen Zeitpunkt in eine zufällige Richtung. Einstein erkannte 1916 eine zweite Möglichkeit: Ein vorbeifliegendes Photon passender Energie kann das Atom zur Aussendung **anregen** (**stimulierte Emission**). Das neue Photon gleicht dem auslösenden in Frequenz, Richtung und Phase.

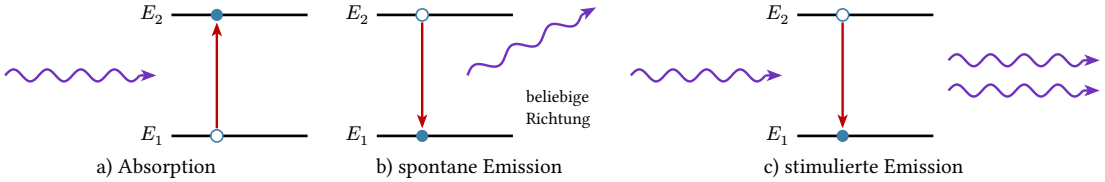


Abbildung 94: Absorption, spontane Emission und stimulierte Emission an einem Atom mit den Niveaus E_1 und E_2 ($hf = E_2 - E_1$). Bei der stimulierten Emission werden aus einem Photon zwei gleiche.

Merksatz

Laserlicht im Photonenmodell:

- **Monochromatisch:** Alle Photonen stammen aus demselben Übergang, haben also dieselbe Energie $hf = E_2 - E_1$ und damit dieselbe Frequenz und Wellenlänge.
- **Gebündelt:** Die stimulierten Photonen fliegen in dieselbe Richtung wie die auslösenden. Verstärkt wird nur Licht, das entlang der Achse zwischen den Spiegeln hin- und herläuft; das Bündel weitet sich deshalb kaum auf.
- **Kohärent:** Die stimulierten Photonen sind in Phase mit den auslösenden – deshalb ist Laserlicht die ideale Lichtquelle für Interferenzversuche.
- **Hohe Intensität:** Sehr viele Photonen pro Sekunde treffen auf eine kleine Fläche ($\frac{N}{t} = \frac{P}{hf}$).

Wie man das technisch erreicht, geht über den Prüfungsstoff hinaus: Damit stimulierte Emission die Absorption überwiegt, müssen mehr Atome im angeregten als im Grundzustand sein (**Besetzungsinversion**); dazu wird dem Lasermedium ständig Energie zugeführt („Pumpen“). Zwei Spiegel schicken das Licht immer wieder durch das Medium, sodass es lawinenartig verstärkt wird. Ein Spiegel ist teildurchlässig und lässt den Laserstrahl austreten.

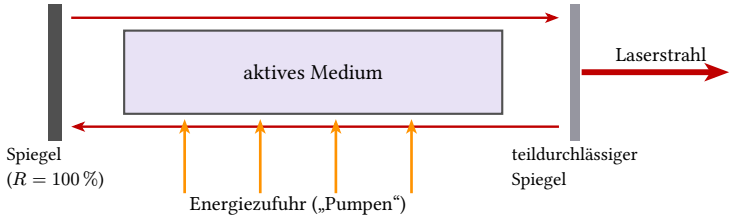
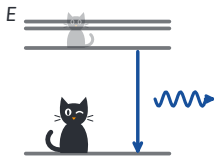


Abbildung 95: Prinzip eines Lasers: aktives Medium zwischen zwei Spiegeln (Resonator).

Zur Vertiefung: **Aufgabe 121** (Natriumflamme im Lampenlicht, im Aufgabenskript), **Aufgabe 122** (Linien im Sonnenspektrum, im Aufgabenskript), **Aufgabe 123** (Wasserstoffspektrum, im Aufgabenskript), **Aufgabe 124** (Farbe eines Farbstoffs, im Aufgabenskript), **Aufgabe 125** (Laserlicht, im Aufgabenskript) und **Aufgabe 126** (Franck-Hertz mit Neon, im Aufgabenskript).

Ausprobieren: **Laser** ↗ Üben: **noctua** ↗ Einordnen: **Laser: Inversion, Resonator & Moden** ↗



8 Das Wichtigste auf einen Blick

Im Abitur 2027 liegt die Formelsammlung des IQB bereit. Die rechte Spalte zeigt, was man dort nachschlagen kann. Alles andere muss man selbst können oder schnell herleiten, vor allem jede Deutung und Begründung:

Thema	Zusammenhang	Formelsammlung
Photonenenergie	$E = hf = \frac{hc}{\lambda}$; 1 eV $= 1{,}60 \cdot 10^{-19}$ J; E in eV $\approx \frac{1240}{\lambda \text{ in nm}}$	$E = hf$, $c = \lambda f$, eV: **steht drin** Faustregel: nein
Photoeffekt	$E_{\text{kin,max}} = hf - E_A$; Grenzfrequenz $f_G = \frac{E_A}{h}$; Gegenfeldmethode $eU_0 = E_{\text{kin,max}}$	Einstein-Gleichung: **steht drin** f_G, U_0: nein
Einstein-Gerade	Steigung h (bzw. $\frac{h}{e}$ im U_0-f-Diagramm), f-Achsenabschnitt f_G, E-Achsenabschnitt $-E_A$	nein
Intensität	bestimmt die Anzahl der Photonen (und Elektronen) pro Sekunde, nicht deren Energie; $\frac{N}{t} = \frac{P}{hf}$	nein
Photonenimpuls	$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{E}{c}$	$p = \frac{E}{c}$: **steht drin**
de Broglie	$\lambda_B = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$; Elektronen nach U_B: $\lambda_B = \frac{h}{\sqrt{2m_e eU_B}}$	$\lambda = \frac{h}{p}$: **steht drin** Formel mit U_B: nein
Doppelspalt	$x_k \approx \frac{k\lambda L}{d}$, $\Delta x = \frac{\lambda L}{d}$ – für Licht und Materie gleich	$g \sin(\alpha_k) = k\lambda$: **steht drin** Näherung: nein
Wahrscheinlichkeit	$P \sim \lvert\psi\rvert^2$; ohne Weginformation $\psi = \psi_1 + \psi_2$ (Interferenz), mit Weginformation addieren sich die Wahrscheinlichkeiten	nein
Komplementarität	Interferenz und Welcher-Weg-Information schließen einander aus	nein
Unbestimmtheit	$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq h$; keine Bahn, kein Determinismus für Quantenobjekte	**steht drin**, aber als $\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{h}{4\pi}$
IQB-Pool Zusätzlich aus den Bildungsstandards		
Koinzidenzmethode	Photonenpaar: ein Photon kündigt das andere an; am Strahlteiler nie Dreifachkoinzidenz ⇒ Photonen unteilbar	nein
Weltbild	Determinismus nur für Wahrscheinlichkeiten; Messwerte stehen vorher nicht fest (Realität); verschränkte Objekte bilden ein System (Lokalität); kein Signal schneller als Licht	nein
Spektren	Emission: $hf = E_m - E_n$; Absorption nur bei genau passender Photonenenergie; Emissions- und Absorptionslinien an denselben Stellen	Frequenzbedingung: **steht drin** Deutung: nein
Wasserstoff	$E_n = -\frac{13{,}6 \text{ eV} \cdot 1}{n^2}$; Serien: Lyman (UV), Balmer (sichtbar), Paschen (IR)	E_n: **steht drin** Serien: nein
Atommodell	keine Bahn; stehende Wellenfunktion, $\lvert\psi\rvert^2$ als Antreffwahrscheinlichkeit; feste Energie je Zustand	nein
Potentialtopf	$L = \frac{n\lambda}{2}$, $E_n = \frac{n^2h^2}{8mL^2}$, $E_1 > 0$; Grenzen des Modells	Formeln: **steht drin** Grenzen: nein
Laser	monochromatisch, gebündelt, kohärent durch stimulierte Emission	nein

